

Cubo di binomio

Scomponiamo il seguente polinomio

a. $27a^3 + 27a^2 + 9a + 1$

Riconosciamo i due cubi,

$$27a^3 = (3a)^3 \text{ e } 1 = 1^3,$$

e verifichiamo i due tripli prodotti,

$$3 \cdot (3a)^2 \cdot 1 = 27a^2 \text{ e}$$

$$3 \cdot 3a \cdot 1^2 = 9a.$$

$$27a^3 + 27a^2 + 9a + 1 =$$

$$(3a + 1)^3$$

b. $x^6 + 48x^2y^2 - 64y^3 - 12x^4y$

Riconosciamo i due cubi,

$$x^6 = (x^2)^3 \text{ e } -64y^3 = (-4y)^3,$$

e verifichiamo i due tripli prodotti,

$$3 \cdot x^2 \cdot (-4y)^2 = 48x^2y^2 \text{ e}$$

$$3 \cdot (x^2)^2 \cdot (-4y) = -12x^4y.$$

$$x^6 + 48x^2y^2 - 64y^3 - 12x^4y =$$

$$(x^2 - 4y)^3$$

c. $6xy - \frac{3}{2}x^2y^2 + \frac{1}{8}x^3y^3 - 8$

Riconosciamo i due cubi,

$$\frac{1}{8}x^3y^3 = \left(\frac{1}{2}xy\right)^3 \text{ e } -8 = (-2)^3,$$

e verifichiamo i due tripli prodotti,

$$3 \cdot \frac{1}{2}xy \cdot (-2)^2 = 6xy \text{ e}$$

$$3 \cdot \left(\frac{1}{2}xy\right)^2 \cdot (-2) = -\frac{3}{2}x^2y^2$$

$$6xy - \frac{3}{2}x^2y^2 + \frac{1}{8}x^3y^3 - 8 =$$

$$\left(\frac{1}{2}xy - 2\right)^3$$

Per scomporre un polinomio riconducendolo al **cubo di un binomio**, dobbiamo individuare A e B in modo che:

$$A^3 + 3A^2B + 3AB^2 + B^3 = (A + B)^3.$$

Procediamo così:

- cerchiamo i *due cubi*, da cui deduciamo A e B ;
- verifichiamo poi che gli altri due termini siano il *triplo prodotto* di A^2 e B e il *triplo prodotto* di A e B^2 .

POLINOMI IRRIDUCIBILI

- 1) FALSO QUADRATO $x^2 + x + 1$
- 2) SOMMA DI QUADRATI $x^4 + 25$
- 3) SOMMA DI TERMINI POSITIVI $x^8 + 2x^2 + 1$

M.C.D e m.c.m. fra polinomi

Calcoliamo il MCD e il mcm dei polinomi:

1) $4x^5 + 16x^4 + 16x^3;$

2) $6x^3 - 24x;$

3) $2x^5 - 12x^4 + 24x^3 - 16x^2.$

Scomponiamo in fattori irriducibili i tre polinomi.

①

$$4x^5 + 16x^4 + 16x^3 =$$

$$4x^3(x^2 + 4x + 4) = \text{TOTALE}$$

$$4 \cdot x^3(x+2)^2$$

QUADRATO DI BINOMIO

②

$$6x^3 - 24x =$$

$$6x(x^2 - 4) = \text{TOTALE}$$

$$6 \cdot x(x+2)(x-2)$$

DIFF. QUADRATI

③

$$2x^5 - 12x^4 + 24x^3 - 16x^2 =$$

$$2x^2(x^3 - 6x^2 + 12x - 8) = \text{TOTALE}$$

$$2x^2(x-2)^3$$

CUBO BINOMIO

Mettiamo in colonna i fattori.

$$2^2 \quad x^3 \quad (x+2)^2$$

$$2 \cdot 3 \quad x \quad (x+2) \quad (x-2)$$

$$2 \quad x^2 \quad (x-2)^3$$

FACOLTATIVO

Otteniamo il MCD dei tre polinomi moltiplicando tutti i fattori in comune una sola volta, con l'esponente minore.

$$\text{MCD} = 2x$$

Otteniamo il mcm dei tre polinomi moltiplicando tutti i fattori (in comune e non) una sola volta, con l'esponente maggiore.

$$\text{mcm} = 12x^3(x+2)^2(x-2)^3.$$

Per il calcolo di MCD e mcm di polinomi:

- scomponiamo i polinomi in fattori irriducibili;
- (mettiamo in colonna i fattori;) **F A C C O T A T I V O**
- come MCD prendiamo il prodotto dei fattori comuni con l'esponente minore;
- come mcm prendiamo il prodotto di tutti i fattori, comuni e non comuni, con l'esponente maggiore.