CORREZIONE FORMATIVA 2 (RETTA IN FORMA PARAMETRICA E FASCI)

D1 E' dato il fascio $2x+4y-3+k(8x+5y-6)=0$

trovare le coordinate del centro ….........................

Risposta.
Le rette base del fascio sono
r1 : 2x+4y-3=0
r2 : 8x+5y-6=0
Le coordinate del centro sono le soluzioni del sistema { 2x+4y-3=0 , 8x+5y-6=0

Usando uno dei metodi studiati otteniamo x= 9/22 y = 6/11 da cui :

C =(9/22 , 6/11)

trovare l'equazione del fascio parallela alla retta 2x+y = 3

Risposta
In forma esplicita la retta 2x + y = 3 diventa y = -2x+ 3 per cui il suo coeff. angolare sarà -2.
La retta richiesta è pertanto :
la retta passante per C (perchè è una retta del fascio)
di coeff. angolare -2 (perché parallela alla retta 2x+y = 3)

La sua equazione sarà y – 6/11 = - 2 (x – 9/22) e semplificando

y = - 2x + 15 / 11

D2 Il fascio improprio a cui la retta 3x – 4 y + 6=0 appartiene è **y = 3 / 4 x + q**

Risposta.
Scritta in forma esplicita la retta 3x – 4 y + 6=0 diventa y = 3 / 4 x + 3/2
Dunque la retta appartiene al fascio improprio (fascio formato da rette parallele)
di equazione **y = 3 / 4 x + q**
(in un fascio improprio tutte le rette hanno uguale coeff. angolare . Ciò che le distingue è l'intercetta q)

D3 E' dato il vettore $\bar{V}=3\bar{i}-7\bar{j}$ e il punto P(-1 , 5)
Scrivere l'equazione parametrica e cartesiana della retta passante per P e // a $\bar{V}$

Risposta

Dalla teoria sappiamo che le equazioni parametriche di una retta sono

x = x0 + Vx * t e y = y0 + Vy * t

dove x0 e y0 sono le coordinate del punto P e Vx e Vy sono rispettivamente le componenti orizzontale e verticale del vettore $\bar{V}$.

Nel nostro caso abbiamo x0 = -1 , y0 = 5 , Vx=3 e Vy = -7 per cui le **equazioni parametriche** saranno

x = -1 + 3 t e y= 5 - 7t

L' equazione cartesiana si trova ricavando t dalla x e sostituendo nella y

$$t=\frac{x+1}{3}$$

$$y=5-7\frac{x+1}{3}$$

Semplificando otteniamo **l'equazione cartesiana** $y=\frac{-7}{3}x+\frac{8}{3}$

D4 Crociare V o F

Una retta con coefficiente angolare -5/4 passa per il 2° quadrante **V** F

R. E' Vero perché basta prendere una retta con quel coeff. angolare ; ad esempio y= -5/4 x
Se x = -2 allora y = -5/4 * (-2) = +5/2
il punto A(-2 , 5/2) è un punto del 2° quadrante .
Dunque la retta passa per il 2° quadrante

Un fascio proprio è individuato da tre punti allineati V **F**
R. E' falso perchè un fascio proprio è formato da più rette e
anche solo due rette non passano di certo tra tra punti allineati

Per generare un fascio proprio almeno una delle rette deve essere obliqua
rispetto agli assi cartesiani V **F**

R. E' falso . Per generare un fascio proprio le due rette non devono
essere parallele tra di loro. Questa è la sola condizione
e non coinvolge gli assi cartesiani.

In un fascio improprio le rette non si intersecano mai **V** F

R. Vero.Infatti le rette di un tale fascio sono tra loro parallele.

D5 E' dato il fascio $(2\lambda+7\mu)x-(3\lambda+4\mu)y+(-8\lambda+3\mu)=0$

1) determinare le equazioni delle rette generatrici
R. Sviluppando l'espressione e raccogliendo per lamda e mu otteniamo

$$\lambda\,(2x - 3y - 8) + \mu\,(7x - 4y + 3) = 0$$

Pertanto le rette generatrici sono

r1: $2x - 3y - 8 = 0$ e r2: $7x - 4y + 3 = 0$

calcolare le coordinate del centro

R. Il centro si calcola risolvendo il sistema { $2x - 3y - 8 = 0$, $7x - 4y + 3 = 0$
Si ottiene $x = -41/13$ $y = -62/13$

$$C = \left(-\frac{41}{13}, -\frac{62}{13}\right)$$

3)determinare la retta del fascio perpendicolare alla retta $y = -5x$

R. La retta data ha coeff. angolare = -5 e quindi una retta a lei perpendicolare ha coeff. angolare = 1/5 perché $m * m^{\perp} = -1$ ($-5 * [1/5] = -1$)

La retta del fascio di coeff. angolare 1/5 che passa per C ha equazione

$$y + \frac{62}{13} = \frac{1}{5}\left(x + \frac{41}{13}\right)$$

$$y = \frac{1}{5}x - \frac{269}{65}$$

4)scrivere l'equazione della rette del fascio parallela all'asse x

R. La retta del fascio // all'asse x è la retta $y = y_c$ dove y_c è l'ordinata del centro C

Nel nostro caso abbiamo $y = -\frac{62}{13}$

Se fosse stata richiesta la retta // ad y avremmo risposto $x = x_c$ (con x_c ascissa di C)

D6

E' dato il fascio $(2\lambda + 5\mu)x + (3\lambda + 2\mu)y + (-8\lambda + 3\mu) = 0$

1) determinare le equazioni delle rette generatrici

R. r1 : $2x + 3y - 8 = 0$ r2 : $5x + 2y + 3 = 0$

2) calcolare le coordinate del centro

R. $C = \left(-\frac{25}{11}, \frac{46}{11}\right)$

3)determinare la retta del fascio con coefficiente angolare 3/2

E' la retta passante per C con coeff = 3/2

$$y-\frac{46}{11}=\frac{3}{2}\left(x+\frac{25}{11}\right)$$

$$y=\frac{3}{2}x+\frac{167}{22}$$

4)scrivere l'equazione della retta del fascio che è in comune con il fascio improprio

y = -3x + k

R. Tutte le rette del fascio improprio hanno coeff. ang = -3
Bisogna cercare la retta del fascio proprio con tale corfficiente; questa è la retta in comune tra i due fasci
Questa retta avrà coeff. ang = -3 e passerà per il centro C

Quindi $y-\frac{46}{11}=-3\left(x+\frac{25}{11}\right)$ che semplificata risulta $y=-3\text{x}-\frac{29}{11}$

scrivere l'equazione del fascio che incontra l'asse delle ordinate nel punto Q (0 , -5)

R. Una retta che incontra l'asse delle ordinate in Q deve avere equazione

y = m x – 5 (l'ntersezione con l'asse delle ordinate è detta intercetta ed è il valore di q nell'equazione esplicita della retta y = mx + q)

Poiché la retta appartiene al fascio , deve passare per il centro C

Sostituendo ad x e y in y = mx -5 le coordinate del centro possiamo determinare il coeff. angolare m.

$\frac{46}{11}=m\left(\frac{-25}{11}\right)-5$ da cui $m=\frac{-101}{25}$

La retta cercata ha dunque equazione $y=-\frac{101}{25\text{x}}-5$

D7 E' data la retta di equazione cartesiana 3 x – 8 y +11=0
Scrive la sua equazione parametrica

R. Scriviamo l'equazione della retta in forma esplicita $y=\frac{3}{8}x+\frac{11}{8}$

Scegliamo a piacere due valori di ascissa $x1= 3$ e $x2 = 5$
Calcoliamo il valore delle corrispondenti ordinate

$$y1=\frac{3}{8}*3+\frac{11}{8} \qquad y1=\frac{20}{8}=\frac{5}{2}$$

$$y2=\frac{3}{8}*5+\frac{11}{8} \qquad y2=\frac{26}{8}=\frac{13}{4}$$

Scegliamo come punto in cui la retta passa il punto P(x1 , y1))
[nota : si poteva scegliere anche P (x2 , y2)]

Le componenti del vettore $\bar{V}$ si calcolano come segue :

$$V_x=x2-x1=5-3=2$$

$$V_y=y2-y1=\frac{13}{4}-\frac{5}{2}=\frac{3}{4}$$

Sappiamo dalla teoria che le equazioni parammetriche di una retta passante per P e parallela al vettore $\bar{V}$ sono

$$x=x1+V_x t$$

$$y=y1+V_y t$$

Sostituendo otteniamo le equazioni parametriche cercate.

$$x=3+2t$$

$$y=\frac{5}{2}+\frac{3}{4}t$$

FINE