RISPOSTE

Es 1

Equazioni parametriche
$$x=-8-\frac{3}{2}t$$
$$y=12+\frac{5}{4}t$$

Equazione cartesiana

ricavo il parametro t dalla prima equazione $t=-\frac{2}{3}(x+8)$

sostituisco nella seconda trovando l'equazione cartesiana della retta in forma esplicita

$$y=12+\frac{5}{4}\left(-\frac{2}{3}(x+8)\right)=-\frac{5}{6}x+\frac{16}{3}$$

La retta appartiene al fascio improprio $y=-\frac{5}{6}x+q$ (dove q è il parametro che varia e le rette tutte parallele)

Es 2

Scelgo il valore di una ascissa xA = 2 e calcolo il corrispondente valore di ordinata

$$3*2-9\,yA+17=0$$

$$yA=\frac{23}{9}$$

Scelgo un secondo valore xB = 5 e calcolo il corrispondente valore di ordinata

$$3*5-9\,yB+17=0$$

$$yB=\frac{32}{9}$$

Per scrivere le equazioni parametriche mi serve :
un punto (scelgo il punto A) P (2 , 23/9)

il vettore $\bar{V}$: questo vettore ha componenti
$$V_x=xB-xA=5-2=3$$
$$V_y=yB-ya=\frac{32}{9}-\frac{23}{9}=1$$

equazioni parametriche
$$x=2+3t$$
$$y=\frac{23}{9}+t$$

Per la risposta del fascio sono possibili due alternative

alternativa 1

La retta passa per il punto A (2 , 23/9) che può essere preso per il centro di un fascio F

Le rette r1 : x = 2 (x-2=0)
r2 : y = 23/9 (y – 23/9 =0)

si possono considerare le generatrici di F e quindi l' equazione del fascio sarà

$$\lambda(x-2\quad)+\mu\ (y-\frac{23}{9})=0$$

alternativa 2

La retta passa per il punto B (5 , 32/9) che può essere preso per il centro di un fascio F

Le rette r1 : x = 5 (x-5=0)
r2 : y = 32/9 (y – 32/9 =0)

si possono considerare le generatrici di F e quindi l' equazione del fascio sarà

$$\lambda(x-5\quad)+\mu\ (y-\frac{32}{9})=0$$

Es 3

Dal sistema { $3\text{x}+11y=\frac{3}{4}$ $\frac{2}{5}x+7y=-3$

ricaviamo det D = 83 / 5 det Dx = 154/4 det Dy = -93 /10

$$x=\frac{\frac{154}{4}}{\frac{83}{5}}=\frac{385}{166}$$

$$y=\frac{-\frac{93}{10}}{\frac{83}{5}}=-\frac{93}{166}$$

il centro C ha dunque coordinate $C=\left(\frac{385}{166};-\frac{93}{166}\right)$

Troviamo adesso le <u>rette del fascio perpendicolari alle rette generatrici</u>

La retta generatrice r1 : $3\text{x}+11y-\frac{3}{4}=0$ ha coeff. angolare $m=-\frac{3}{11}$

La retta che cerchiamo avrà coeff. ang. = 11/3 e passerà per il centro C

Questa la sua equazione $y+\frac{93}{166}=\frac{11}{3}\left(x-\frac{385}{166}\right)$

La retta generatrice r3 : $\frac{2}{5}x+7y+3=0$ ha coeff. angolare $m=-\frac{2}{35}$

La retta che cerchiamo avrà coeff. ang. = 35/2 e passerà per il centro C

Questa la sua equazione $y+\frac{93}{166}=\frac{35}{2}\left(x+\frac{385}{166}\right)$

Es 4

Il fascio F1 ha centro $C_1=\left(-\frac{43}{26};\frac{29}{26}\right)$

Il Fascio F2 ha centro $C_2=\left(-\frac{41}{13};\frac{-22}{13}\right)$

La retta comune ai due fasci passerà per entrambi i centri e quindi avrà equazione

$$\frac{y-\frac{29}{26}}{\frac{-22}{13}-\frac{29}{26}}=\frac{x+\frac{43}{26}}{\frac{-41}{13}+\frac{43}{26}}$$

Es 5

Se la retta r3 appartiene al fascio allora devono esistere una coppia numerica $(\bar{\lambda},\bar{\mu})$

tale che valgano le tre uguaglianze sui coefficienti della x , della y e dei termini noti :

$2\bar{\lambda}+5\bar{\mu}=3$

$-3\bar{\lambda}+\bar{\mu}=38$

$-\bar{\mu}=-5$

Ne prendo due e formo un sistema che risolvo

$$\begin{cases} 2\bar{\lambda}+5\bar{\mu}=3 \\ -\bar{\mu}=-5 \end{cases} \quad \text{soluzione} \quad \begin{cases} \bar{\lambda}=-11 \\ \bar{\mu}=5 \end{cases}$$

Controllo la terza uguaglianza -3 * (-11)+ 5 = 38

Dunque la coppia (-11 , 5) corrisponde (nel fascio) alla retta r3.

Passiamo al secondo quesito

Se per rette generatrici del fascio prendiamo r1 : 2 x – 3 y = 0 ed r3 : 3x + 38y -5=0

abbiamo una nuova equazione del fascio $\alpha(2x-3y)+\beta(3x+38y-5)=0$

$$(2\alpha+3\beta)x+(-3\alpha+38\beta)y-5\beta=0$$

Con un ragionamento simile a quello precedente abbiamo

che per la retta r2 : 5x + y-1 =0 seguono le relazioni tra i coefficienti :

$$2\alpha+3\beta=5$$

$$-3\alpha+38\beta=1$$

$$-5\beta=-1$$

da cui si ricava

$$\alpha=\frac{11}{5}$$

$$\beta=\frac{1}{5}$$