Logaritmo complesso

$w = \ln(z) \Leftrightarrow z = e^w$ con $w, z \in \mathbb{C}$. Con l'unica condizione $z \neq 0$.

Quest'ultima relazione permette di ottenere la formula risolutiva di $\ln(z)$.

Si scrive z in forma esponenziale

$$z = \rho\, e^{i\theta}$$

Quindi

$$\rho\, e^{i\theta} = z = e^w = e^{u+iv} = e^u \cdot e^{iv}$$

Dove *u* e *v* rappresentano, rispettivamente, parte reale e immaginaria dell'incognita $\ln(z)$.

Dalla precedente catena di uguaglianze seguono le seguenti

relazioni che determinano *u* e *v*:

$$|z| = \rho = e^u \Longrightarrow u = \ln|z|$$
$$e^{i\theta} = e^{iv} \Longrightarrow v = \arg(z)$$

Si può quindi scrivere

$$\boxed{\ln(z) = \ln|z| + i\arg(z)}$$

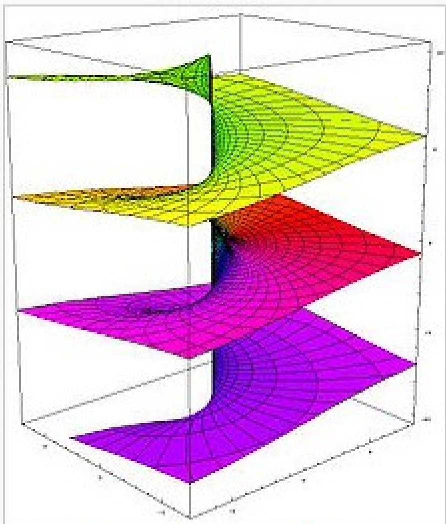

Grafico del logaritmo complesso. L'altezza descrive il modulo dell'immagine, mentre l'angolo è determinato dal colore.