CORREZIONE ULTIMI ESERCIZI

1) Determinare x per cui valga l'uguaglianza $\log_{\log_2 x} 4 = 1$

<u>Soluzione</u>
Il logaritmo di 4 vale 1 se la base è 4 .

Quindi $\log_2 x = 4$ e questo è vero se x=16.

2) Calcolare $\log_{3b^2} 81\, b^6 =$

<u>Soluzione</u>
$81 = 3^4$ *per cui* $81\, b^6 = 3 \cdot (3\, b^2)^3$

Sostituendo dentro il logaritmo avremo
$\log_{3b^2} 3 \cdot (3\, b^2)^3 = \log_{3b^2} 3 + \log_{3b^2} (3\, b^2)^3 = \log_{3b^2} 3 + 3 \cdot \log_{3b^2} (3\, b^2) = \log_{3b^2} 3 + 3$

3) Chiamo AMBRA una progressione geometrica il cui primo termine è A e la ragione è B

Dimostrare che se POLDO è l'insieme dei logaritmi dei termini 1 , 2 ,3 .....n di AMBRA

POLDO è una progressione aritmetica .

Chi è il primo termine di POLDO? E la ragione di POLDO?
Se AGOSTINA è la somma dei primi 1000 termini di POLDO quanto vale ?
Conoscendo il valore di AGOSTINA è possibile calcolare il prodotto dei primi 1000 termini di AMBRA ?

Soluzione

AMBRA è una progressione geometrica con

primo termine A
secondo termine AB
terzo termine $A\,B^2$
....
n-esimo termine $A\,B^{n-1}$

POLDO è l'insieme con

primo termine $\log A$ (non specifichiamo la base di log perchè può essere una base qualunque)

secondo termine $\log A + \log B$
terzo termine $\log A + 2 \cdot \log B$

....
n-esimo termine $\log A + (n-1)\log B$

Questo dimostra che POLDO è una progressione aritmetica con primo elemento $\log A$ e ragione $\log B$

Il millesimo elemento di POLDO è $\log A + 999 \cdot \log B$ per cui la somma dei suoi primi 1000 termini sarà :

$$AGOSTINA = \frac{1000}{2}(\log A + \log A + 999 \cdot \log B) = 500 \cdot \log\left(A^2 \cdot B^{999}\right) = \log\left(A^2 . B^{999}\right)^{500}$$

Calcoliamo ora il prodotto dei primi 1000 termini di AMBRA $= \sqrt{\left(A \cdot A \cdot B^{999}\right)^{1000}} = \left(A^2 \cdot B^{999}\right)^{500}$

Confrontando con il valore di AGOSTINA segue : AGOSTINA = log (AMBRA)

Se scegliamo una base (ed es la base 10) avremo :
$AGOSTINA = \log_{10}(AMBRA)$ *da cui* $AMBRA = 10^{AGOSTINA}$

ALTRI ESERCIZI PER LA FORMATIVA (con le soluzioni , così Alessia non si lamenta)

1) sviluppare utilizzando le proprietà dei logaritmi $\ln \sqrt{\dfrac{9\,x^5 e^7}{\sqrt[4]{z^3}}}$

R. $\frac{1}{2}\left(\ln 9 + 5\ln x + 7 - \frac{3}{4}\ln z\right)$

2) Trasformare nella forma ln A

$2\ln x + 4 + \frac{1}{2}\ln z - \frac{3}{8}\ln y =$

R. $\ln\left(\dfrac{x^2 \cdot e^4 \cdot \sqrt{z}}{\sqrt[8]{y^3}}\right)$

3) Trovare il valore di x per cui valga la relazione
$\log_{3x-5} 100 = -2$ *R.* $x = \frac{17}{10}$

4) Risolvere l'equazione
$\log_x 2 + \log_y 1 = -1$ *R.* x

$= \frac{1}{2}$ $\quad e \;\; y \;\; un \;\; qualunque \;\; numero \; reale \;\; positivo \;\; diverso \; da \; 1$