

## QUESTIONARIO

**Nota : Questi 20 quesiti sono stati proposti in questa forma o in forma simile nelle maturità passate.**

1) E' possibile che nello sviluppo della potenza  $(2a + 3b)^7$  compaia il monomio  $ka^{10}b^6$ ? E il monomio  $ka^8b^8$ ? con  $k$  numero reale. Nel caso affermativo si trovi il valore di  $k$ .

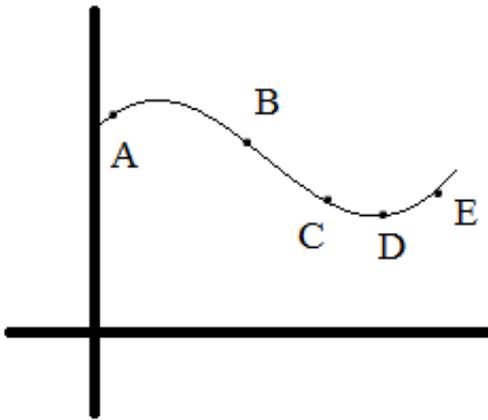
2) Sapendo che  $\cos x = \frac{e^{ix} + e^{-ix}}{2}$  e  $\sin x = \frac{e^{ix} - e^{-ix}}{2i}$  (dove  $i^2 = -1$ )

si dimostri che  $\cos^2 x + \sin^2 x = 1$

3) Esiste un cono circolare retto tale che la sua area totale e il suo volume abbiano lo stesso valore numerico?

4) Si calcolino con l'aiuto di una calcolatrice, le ampiezze in gradi e primi sessagesimali degli angoli di un triangolo i cui lati misurano 10, 24 e 26 dm.

5) Nella figura è riportato il grafico di una funzione  $y = f(x)$ . In quale dei cinque punti A, B, C, D, E la derivata prima e seconda sono entrambe negative?



6) Trovare un polinomio  $P(x)$  di 3° grado tale che

$$P(0) = P'(0) = 0 \quad P(1) = 0 \quad \text{e} \quad \int_0^1 P(x) dx = \frac{1}{12}$$

7) Trovare l'equazione di una curva sapendo che il suo coefficiente angolare nel punto  $(x, y)$  è  $x \cdot \sqrt{1 + x^2}$  e passa per il punto  $A(0, -2)$

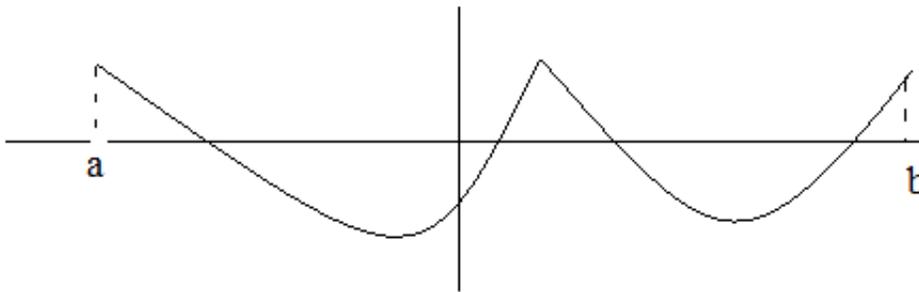
8) Scrivere la definizione di primitiva di una funzione e spiegare la differenza che esiste tra primitiva e integrale indefinito

9) E' data la funzione  $y=f(x)$  il cui dominio è  $\mathbb{R} - \{-1, 0, 5\}$

Quali rette sono i suoi asintoti verticali ?

Come procedi per determinare l'eventuale asintoto obliquo?

10) Esamina il grafico della funzione  $y=f(x)$  in  $(a, b)$  e rispondi alle seguenti domande



- in  $(a, b)$  la funzione ha punti con derivata prima nulla ?

- in  $(a, b)$  la funzione è sempre derivabile ?

- in  $b$  la derivata prima è positiva o negativa?

- in  $(a, b)$   $f(x)$  è iniettiva ?

11) Dimostrare che tra tutti i triangoli rettangoli con stessa ipotenusa, quello isoscele ha area massima

12) Dopo aver dato la definizione di flesso, indica come si determina un flesso a tangente orizzontale e un flesso a tangente verticale

13) Sia  $f$  una funzione derivabile in un intorno di  $x_0 = 2$ ,  $f(2)=5$  e  $Df(2) = 10$

Quali sono le derivate delle funzioni  $g(x) = \sqrt{f(x) - 1}$  e  $h(x) = \ln f(x)$  in  $x_0 = 2$  ?

14) Mostrare che le tangenti alla curva  $y = \frac{\pi \cdot \sin x}{x}$  in  $x = \pi$  e  $x = -\pi$  si intersecano ad angolo retto.

15) Dimostra con l'utilizzo delle derivate che la tangente a una circonferenza  $x^2 + y^2 = r^2$  è perpendicolare al raggio nel punto di tangenza.

16) Sia  $f(x)$  una funzione tale che  $f(-1) = 2$ . Possiamo dire che  $\lim_{x \rightarrow -1} f(x) = 2$  ?

17) Dopo aver definito il limite destro e sinistro di una funzione in un punto  $x_0$  verificare che risulta

$$\lim_{x \rightarrow 0^-} \left( x + \frac{x}{|x|} \right) = -1$$

18) Scrivi in forma simbolica il significato dei seguenti limiti

$$\begin{aligned} \lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = -\infty & \qquad \lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = 7 \\ \lim_{x \rightarrow 5} f(x) = -\infty & \end{aligned}$$

19) Che cosa significa la scrittura per la funzione  $f(x)$  ?

$$\forall M > 0 \exists \delta > 0 \mid \forall x \text{ con } |x - c| < \delta, f(x) < -M$$

20) In quali casi un'equazione differenziale del primo ordine è detta a variabili separabili e in che modo si procede per risolverla?