FORMATIVA VERIFICA SULLA PARABOLA
MARTEDI' 19 MAGGIO

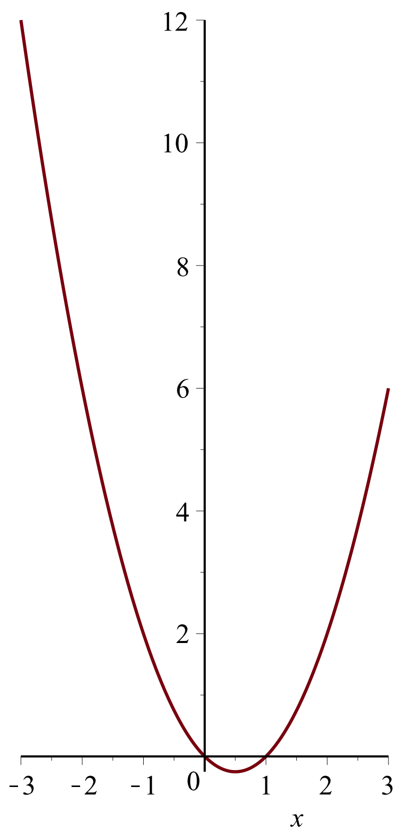
ES1 Di queste parabole individuare :
coordinate del vertice
coordinate degli eventuali punti di intersezione con gli assi
tracciarne il grafico

a) $y = x^2 - x$

a=1   b=-1 c=0 $V\left(\frac{1}{2}, \frac{1}{4}\right)$ *intersez asse x* $A(0, 0)$ *e* $B(1, 0)$

intersez asse y in A(0,0)

grafico
$with(plots):$
$plot(x^2 - x, x = -3..3)$

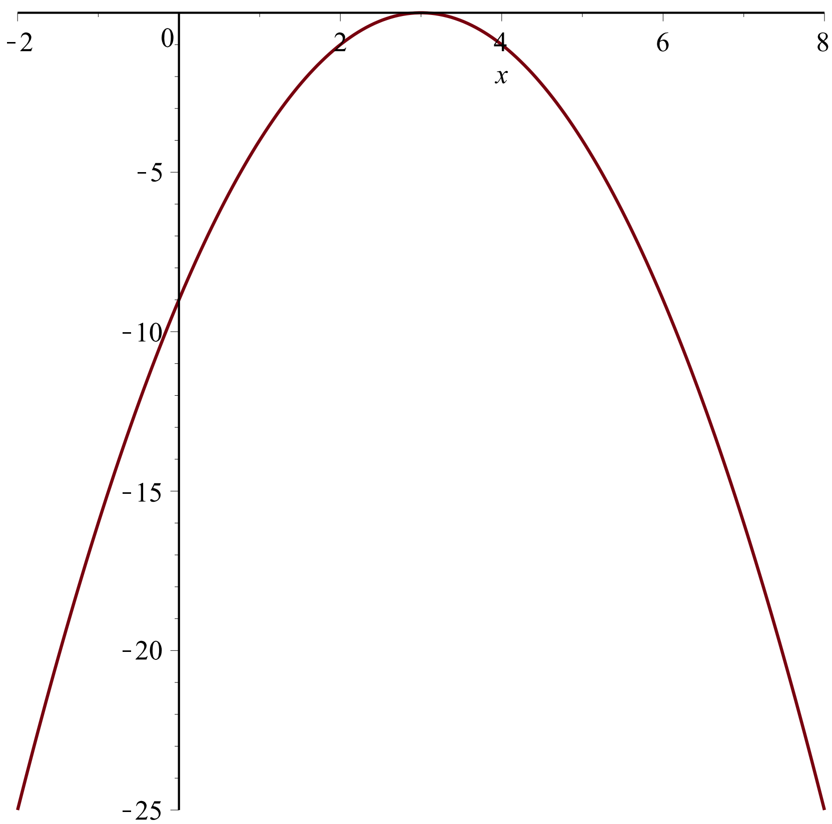


$b)\ y = -x^2 + 6x - 9$

a= -1   b= 6   c=-9 $V(-3\ ,\ 0)$ *intersez asse x* $A(3,\ 0) = B(3,\ 0)$

intersez asse y in C(0,-9)

grafico
$plot(-x^2 + 6\cdot x - 9\ ,\ x = -2\ ..8)$

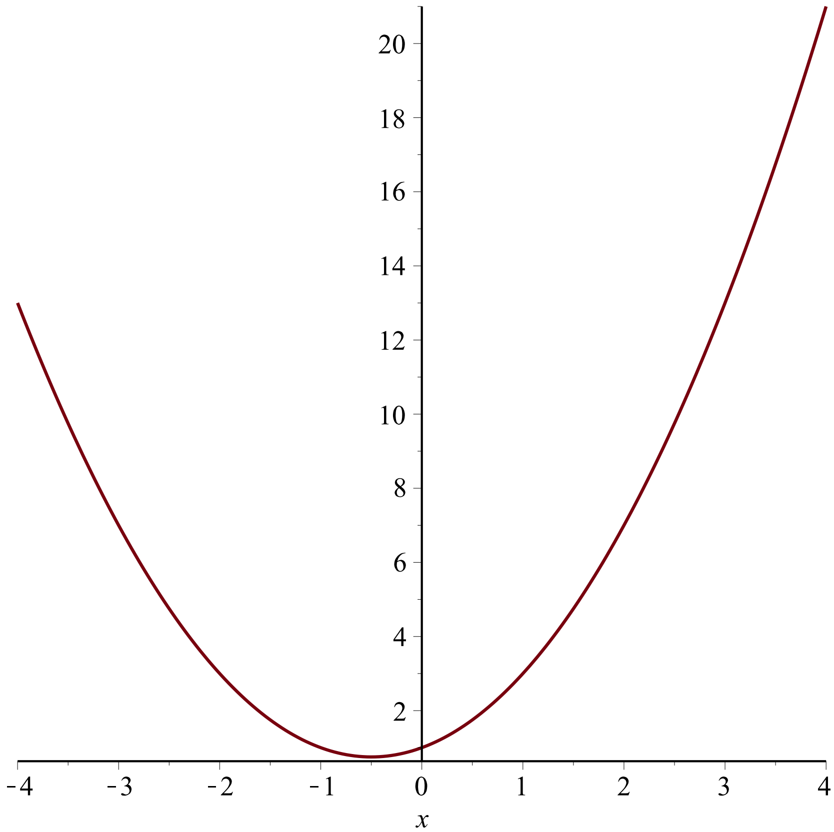


$c)\ \ y = x^2 + x + 1$

a=1   b=1 c = 1 $V\left(-\frac{1}{2}\ ,\ \frac{3}{4}\right)$ *intersez   vuota con l'asse x*

intersez   asse y   in C(0 , 1)

grafico
$plot(x^2 + x + 1\ ,\ x = -4\ ..4)$



Es 2 Determina per quali valori di k la parabola

$y = (k - 1)\, x^2 \; - 2\, k\, x \; + (k + 2)$

interseca l'asse x in due punti distinti e ha concavità rivolta verso l'alto.

Risposta
a)La parabola interseca x in due punti distinti se Δ>0 $\rightarrow\; k - 1 > 0 \;\; \rightarrow k > 1$

b) La parabola volge la concavità verso l'alto quando a>0 $\rightarrow\; (-2 \cdot k)^2 - 4 \cdot (k - 1) \cdot (k + 2) > 0$
$-4\, k + 8 \geq 0 \;\; \rightarrow\; k \leq 2$

Il sistema delle due disequazioni ha per soluzione $1 < k \; \leq 2$

Es 3 La retta r di equazione y = -2x+ 4
interseca la parabola $y = x^2 \; - \; 4$
in due punti A e B

Determinare le coordinate di A e B
e la lunghezza del segmento AB

Risposta
Facendo sistema retta + parabola otteniamo come risolvente
l'equazione
$x^2 + 2 \cdot x - 8 = 0$

$$x^2 + 2x - 8 = 0 \tag{1}$$

$solve((\mathbf{1}), x)$

$$2, -4 \tag{2}$$

I punti saranno A(-4 , 12) e B(2, 0)

e la lunghezza del segmento AB $= simplify\left(eval\left(\left((-4-2)^2 + 12^2\right)^{\frac{1}{2}}\right)\right)$

$$6\sqrt{5} \tag{3}$$

Es 4 Scrivere l'equazione della retta tangente
alla parabola $y = -\frac{1}{2}x^2$ e perpendicolare
alla retta y = - 2 x

Risposta

La retta avrà equazione $y = \frac{1}{2}x + q$ (essendo perpendicolare)
Metto a sistema retta + parabola

$-\frac{1}{2} \cdot x^2 = \frac{1}{2}x + q \quad \rightarrow \frac{1}{2}x^2 + \frac{1}{2}x + q = 0 \quad \rightarrow x^2 + x + 2q = 0$

Impongo la condizione di tangenza (delta =0)

$\Delta = 0 \quad \leftrightarrow \quad 1 - 8q = 0 \quad \rightarrow \quad q = \frac{1}{8}$

La retta cercata sarà dunque : $y = \frac{1}{2}x + \frac{1}{8}$

Es 5 Scrivere l'equazione della parabola
passante per A(2 , 0) B(4 , 0) C(1 , 1)

Risposta

La generica parabola ha equazione
$y = ax^2 + bx + c$

Passando per A abbiamo 4a + 2b + c = 0

Passando per B abbiamo 16 a + 4 b + c =0
Passando per C abbiamo a + b + c =1

$solve([\ 4\cdot a + 2\cdot b + c = 0\ ,\ 16\cdot a + 4\cdot b + c = 0\ ,\ a + b + c = 1\ ])$

$$\left\{ a = \frac{1}{3},\ b = -2,\ c = \frac{8}{3} \right\} \tag{4}$$

L'equazione della parabola sarà : $y = \frac{1}{3}x^2 - 2\cdot x + \frac{8}{3}$

Es 6 Scrivere l'equazione della parabola
con vertice V(-2 , 1) e per A(0 , 3)

Risposta

La generica parabola ha equazione
$y = ax^2 + bx + c$

Passando per A abbiamo c = 3

L'ascissa del vertice $-\frac{b}{2\,a} = -2$

L'ordinata del vertice $-\frac{b^2 - 4\,ac}{4\,a} = 1 \quad \rightarrow \quad \frac{-b^2 + 12\,a}{4\,a} = 1$

Le condizioni sono $c = 3 \qquad b = 4\,a \qquad b^2 = 8\,a$

Risolvendo segue $a = \frac{1}{2}\ ,\ b = 2\ ,\ c = 3$

Parabola richiesta $y = \frac{1}{2}x^2 + 2\,x + 3$

FINE