

$$\begin{cases} 2x - y + z = 12 \\ x + 2y - z = -10 \\ x + y + z = 2 \end{cases}$$

Applicheremo il metodo di sostituzione.

Risolviamo la prima equazione rispetto all'incognita z :

$$\begin{cases} z = 12 - 2x + y \\ x + 2y - z = -10 \\ x + y + z = 2 \end{cases}$$

Sostituiamo l'espressione $12 - 2x + y$ così trovata al posto dell'incognita z nella seconda e terza equazione:

$$\begin{cases} z = 12 - 2x + y \\ x + 2y - (12 - 2x + y) = -10 \\ x + y + (12 - 2x + y) = 2 \end{cases} \rightarrow \begin{cases} z = 12 - 2x + y \\ 3x + y = 2 \\ -x + 2y = -10 \end{cases}$$

Nella seconda e nella terza equazione ora non compare più l'incognita z . Risolviamo la seconda equazione rispetto all'incognita y e sostituiamo l'espressione trovata, nella terza equazione, al posto di y :

$$\begin{cases} z = 12 - 2x + y \\ y = 2 - 3x \\ -x + 2y = -10 \end{cases} \rightarrow \begin{cases} z = 12 - 2x + y \\ y = 2 - 3x \\ -x + 2(2 - 3x) = -10 \end{cases} \rightarrow \begin{cases} z = 12 - 2x + y \\ y = 2 - 3x \\ -7x = -14 \end{cases}$$

Nella terza equazione compare solo l'incognita x ; risolviamola e quindi sostituiamo, nella seconda equazione, il valore trovato al posto di x :

$$\begin{cases} z = 12 - 2x + y \\ y = 2 - 3x \\ x = 2 \end{cases} \rightarrow \begin{cases} z = 12 - 2 \cdot 2 + y \\ y = 2 - 3 \cdot 2 \\ x = 2 \end{cases} \rightarrow \begin{cases} z = 12 - 2x + y \\ y = -4 \\ x = 2 \end{cases}$$

Sostituiamo ora i valori di x e di y nella prima equazione:

$$\begin{cases} z = 12 - 2 \cdot 2 - 4 \\ y = -4 \\ x = 2 \end{cases} \rightarrow \begin{cases} z = 4 \\ y = -4 \\ x = 2 \end{cases}$$

Possiamo perciò affermare che il sistema dato è determinato e la sua soluzione è $\begin{cases} x = 2 \\ y = -4 \\ z = 4 \end{cases}$.