1. $x^3 - 9x = 0$

Scomponiamo il polinomio al primo membro raccogliendo il fattore x: $x(x^2 - 9) = 0$

Applichiamo la legge di annullamento del prodotto: $x = 0 \quad \vee \quad x^2 - 9 = 0$

Risolvendo la seconda equazione otteniamo: $x = \pm 3$

L'insieme delle soluzioni è quindi $S = \{-3, 0, 3\}$.

2. $x^2 - 2x = 2x^3 - x^4$

Trasportiamo tutti i termini al primo membro: $x^4 - 2x^3 + x^2 - 2x = 0$

Raccogliamo x: $x(x^3 - 2x^2 + x - 2) = 0$

Raccogliamo parzialmente all'interno della parentesi: $x[x^2(x-2) + (x-2)] = 0$

Raccogliamo totalmente: $x(x-2)(x^2+1) = 0$

Possiamo adesso applicare la legge di annullamento del prodotto:

$x = 0 \quad \vee \quad x - 2 = 0 \quad \vee \quad x^2 + 1 = 0$

La seconda equazione ha soluzione 2, la terza è impossibile in R, quindi $S = \{0, 2\}$.

3. $x^3 - 10x^2 + 16x = 0$

Scomponiamo $x(x^2 - 10x + 16) = 0$

Dunque $x = 0 \quad \vee \quad x^2 - 10x + 16 = 0 \quad \rightarrow \quad x = 5 \pm \sqrt{25 - 16} = 5 \pm 3 = \begin{cases} 2 \\ 8 \end{cases}$

Da cui $S = \{0, 2, 8\}$.

4. $(x^2 - 5)^2 = 4(x+1)^2$

Portiamo tutti i termini al primo membro riducendo l'equazione in forma normale e scomponiamo

$(x^2-5)^2 - 4(x+1)^2 = 0 \quad \rightarrow \quad [x^2 - 5 - 2(x+1)][x^2 - 5 + 2(x+1)] = 0$

$(x^2 - 5 - 2x - 2)(x^2 - 5 + 2x + 2) = 0 \quad \rightarrow \quad (x^2 - 2x - 7)(x^2 + 2x - 3) = 0$

Da cui $x^2 - 2x - 7 = 0 \quad \vee \quad x^2 + 2x - 3 = 0$

Risolvendo ciascuna equazione otteniamo

$$x = 1 \pm \sqrt{8} = \begin{cases} 1 - 2\sqrt{2} \\ 1 + 2\sqrt{2} \end{cases} \qquad \vee \qquad x = -1 \pm 2 = \begin{cases} -3 \\ 1 \end{cases}$$

L'insieme delle soluzioni è allora $S = \{1 + 2\sqrt{2}, 1 - 2\sqrt{2}, -3, 1\}$.

5. $3x^3 + 2x^2 - 7x + 2 = 0$

Per scomporre il polinomio al primo membro dobbiamo usare la regola di Ruffini e trovare i divisori del tipo $x - a$; ricordiamo che i valori di a sono da ricercarsi fra i divisori del termine noto e fra le frazioni della forma $\frac{m}{n}$ dove m è un divisore del termine noto e n è un divisore del coefficiente del termine di grado massimo.

Nel nostro caso i possibili valori di a sono: $\pm 1, \ \pm 2, \ \pm \frac{1}{3}, \ \pm \frac{2}{3}$

Cominciamo a valutare $E(1)$: $E(1) = 3 + 2 - 7 + 2 = 0$

Possiamo già concludere che 1, visto che soddisfa l'equazione, è una delle sue radici. Per trovare le altre determiniamo il polinomio $Q(x)$ quoziente della divisione di $E(x)$ per $(x - 1)$:

	3	2	−7	2
1		3	5	−2
	3	5	−2	0

$Q(x) = 3x^2 + 5x - 2$

Dobbiamo quindi risolvere l'equazione

$$3x^2 + 5x - 2 = 0 \quad \rightarrow \quad x = \frac{-5 \pm \sqrt{25 + 24}}{6} = \frac{-5 \pm 7}{6} = \begin{cases} -2 \\ \frac{1}{3} \end{cases}$$

In definitiva, l'insieme delle soluzioni è $S = \left\{-2, \frac{1}{3}, 1\right\}$.

6. $6x^3 - 13x^2 + 4 = 0$

Usiamo ancora la regola di Ruffini.

I possibili valori interi di a sono ± 1, ± 2, ± 4; se nessuno di questi valori dovesse annullare il polinomio $E(x)$, proveremo con i divisori frazionari:

$E(1) = 6 - 13 + 4 = -3$

$E(-1) = -6 - 13 + 4 = -15$

$E(2) = 48 - 52 + 4 = 0$

Dunque una prima radice è 2. Eseguiamo la divisione ricordando che occorre mettere uno zero come coefficiente del termine di primo grado che manca:

$$
\begin{array}{r|rrr|r}
 & 6 & -13 & 0 & 4 \\
2 & & 12 & -2 & -4 \\
\hline
 & 6 & -1 & -2 & 0
\end{array}
\qquad Q(x) = 6x^2 - x - 2
$$

Risolviamo allora l'equazione $6x^2 - x - 2 = 0 \quad \rightarrow \quad x = \dfrac{1 \pm \sqrt{1 + 48}}{12} = \dfrac{1 \pm 7}{12} = \begin{cases} -\dfrac{1}{2} \\ \dfrac{2}{3} \end{cases}$

L'insieme delle soluzioni è $S = \left\{-\dfrac{1}{2}, \dfrac{2}{3}, 2\right\}$.