Determiniamo le soluzioni reali delle seguenti equazioni binomie:

1. $6x^4 - 1 = 0$

Ricaviamo x^4: $x^4 = \frac{1}{6}$

n è pari, quindi l'equazione, essendo $\frac{1}{6}$ un numero positivo, ha due soluzioni reali opposte:

$$x = +\sqrt[4]{\frac{1}{6}} \quad \vee \quad x = -\sqrt[4]{\frac{1}{6}}$$

L'insieme delle soluzioni è $S = \left\{\sqrt[4]{\frac{1}{6}}, -\sqrt[4]{\frac{1}{6}}\right\}$.

2. $8x^3 + 1 = 0$ $\qquad x^3 = -\frac{1}{8}$

n è dispari, quindi l'equazione ammette una sola soluzione reale: $x = \sqrt[3]{-\frac{1}{8}}$ cioè $x = -\frac{1}{2}$

Allora $S = \left\{-\frac{1}{2}\right\}$.

3. $4x^4 + 9 = 0$ $\qquad x^4 = -\frac{9}{4}$

n è pari, ma $-\frac{9}{4}$ è un numero negativo, quindi l'equazione non ha soluzioni reali: $S = \emptyset$.

4. $4(x+1) = \frac{5}{x^2 - x + 1}$

Il polinomio $x^2 - x + 1$ non assume mai valore zero in R, quindi il dominio dell'equazione è R. Svolgiamo i calcoli

$$4(x+1)(x^2 - x + 1) = 5 \quad \rightarrow \quad 4(x^3 + 1) = 5 \quad \rightarrow \quad 4x^3 + 4 - 5 = 0 \quad \rightarrow \quad 4x^3 - 1 = 0$$

L'equazione ottenuta è binomia, n è dispari, dunque $x^3 = \frac{1}{4}$ cioè $x = \sqrt[3]{\frac{1}{4}}$

Pertanto l'insieme delle soluzioni è $S = \left\{\sqrt[3]{\frac{1}{4}}\right\}$.