1. Determiniamo l'equazione della parabola, con asse parallelo a quello delle ordinate, che passa per i punti $A(1, 0)$, $B(-2, 21)$ e $C(0, 5)$.

La parabola richiesta ha equazione generale della forma $y = ax^2 + bx + c$. Imponiamo che essa sia soddisfatta dalle coordinate di ciascuno dei punti assegnati

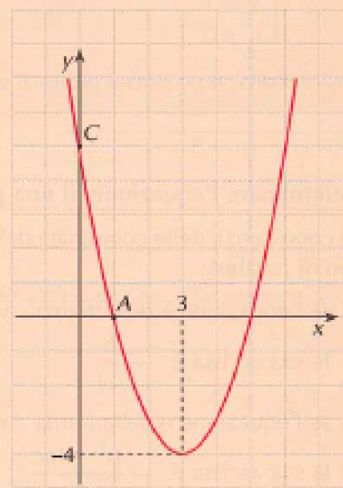
$$\begin{cases} 0 = a + b + c & \text{la parabola passa per } A \\ 21 = 4a - 2b + c & \text{la parabola passa per } B \\ 5 = c & \text{la parabola passa per } C \end{cases}$$

Risolvendo il sistema formato dalle tre equazioni otteniamo:

$$\begin{cases} a = 1 \\ b = -6 \\ c = 5 \end{cases}$$

Se sostituiamo tali valori nell'equazione generale della parabola otteniamo $y = x^2 - 6x + 5$.
Il vertice di tale parabola è il punto $V(3, -4)$; conosciamo inoltre già tre dei suoi punti (quelli assegnati) e possiamo costruire i loro simmetrici rispetto all'asse di simmetria della parabola. Il grafico che ne risulta è in ***figura 5.***
Osserviamo che possiamo verificare di non aver commesso errori nella individuazione dell'equazione della parabola: basta semplicemente verificare che essa passi davvero per i punti assegnati, cioè che le loro coordinate ne soddisfino l'equazione.
Esegui la verifica da solo.

Figura 5



2. Troviamo l'equazione della parabola con asse parallelo all'asse y che taglia l'asse x nei punti di ascissa -1 e 3 e l'asse y nel punto di ordinata 2.

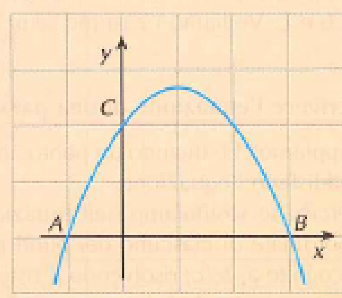
La parabola ha un'equazione della forma $y = ax^2 + bx + c$ e passa per i punti $A(-1, 0)$, $B(3, 0)$, $C(0, 2)$. Impostiamo allora il sistema che si ottiene sostituendo in essa le coordinate di questi punti:

$$\begin{cases} 0 = a - b + c & \text{la parabola passa per } A \\ 0 = 9a + 3b + c & \text{la parabola passa per } B \\ 2 = c & \text{la parabola passa per } C \end{cases}$$

Risolvendo il sistema troviamo che $\begin{cases} a = -\dfrac{2}{3} \\ b = \dfrac{4}{3} \\ c = 2 \end{cases}$

quindi la parabola ha equazione $y = -\dfrac{2}{3}x^2 + \dfrac{4}{3}x + 2$; il vertice ha coordinate $\left(1, \dfrac{8}{3}\right)$ ed il suo grafico è in ***figura 6.***

Figura 6



1. Scriviamo l'equazione della parabola con asse parallelo all'asse y che ha vertice in $V(-2, 4)$ e che passa per il punto $A(1, 1)$.

L'equazione della parabola ha la forma $y = ax^2 + bx + c$.

Scriviamo il sistema delle tre equazioni:

$$\begin{cases} -\dfrac{b}{2a} = -2 & \text{uguaglianza fra la formula dell'ascissa ed il valore dato} \\ -\dfrac{b^2 - 4ac}{4a} = 4 & \text{uguaglianza fra la formula dell'ordinata ed il valore dato} \\ 1 = a + b + c & \text{passaggio per il punto } A \end{cases}$$

oppure:

$$\begin{cases} -\dfrac{b}{2a} = -2 & \text{uguaglianza fra la formula dell'ascissa ed il valore dato} \\ 4 = 4a - 2b + c & \text{passaggio per il vertice} \\ 1 = a + b + c & \text{passaggio per il punto } A \end{cases}$$

Mentre con il primo metodo abbiamo ottenuto un sistema di secondo grado, con il secondo metodo se ne ottiene uno di primo grado che è più semplice da risolvere. In entrambi i casi si ottiene comunque che

$$\begin{cases} a = -\dfrac{1}{3} \\ b = -\dfrac{4}{3} \\ c = \dfrac{8}{3} \end{cases}$$

e l'equazione della parabola è quindi (***figura 8***) $y = -\dfrac{1}{3}x^2 - \dfrac{4}{3}x + \dfrac{8}{3}$

Figura 8