

**1** Risolvere l'equazione:  $\sin(2x - 6^\circ) = \sin(2x - 9^\circ)$ .

In questo caso si ha:

$$2x - 6^\circ = 2x - 9^\circ + k360^\circ, \text{ che non ha soluzioni;}$$
$$2x - 6^\circ = 180^\circ - (2x - 9^\circ) + k360^\circ \Rightarrow x = 48^\circ 45' + k90^\circ, (k \in \mathbb{Z}).$$

**2** Risolvere l'equazione:  $\cos(3x + 20^\circ) = \cos(3x - 20^\circ)$ .

Deve essere:

$$3x + 20^\circ = 3x - 20^\circ + k360^\circ \Rightarrow \text{impossibile;}$$
$$3x + 20^\circ = -3x + 20^\circ + k360^\circ \Rightarrow x = k60^\circ, (k \in \mathbb{Z}).$$

**3** Risolvere l'equazione:  $\operatorname{tg}(8x - 40^\circ) = \operatorname{tg}(2x + 50^\circ)$ .

Poiché da  $\operatorname{tg}\alpha = \operatorname{tg}\beta$  segue  $\alpha = \beta + k180^\circ$ , si ha:

$$8x - 40^\circ = 2x + 50^\circ + k180^\circ \Rightarrow x = 15^\circ + k30^\circ,$$

**4** Risolvere l'equazione:  $\operatorname{tg}(4x - 10^\circ) = \operatorname{tg}(4x - 12^\circ)$ .

L'uguaglianza:

$$4x - 10^\circ = 4x - 12^\circ + k180^\circ,$$

è priva di senso e l'equazione data è impossibile.

**5** Risolvere l'equazione:  $\operatorname{tg}(6x - 30^\circ) = \operatorname{tg}(6x + 150^\circ)$ .

Poiché:

$$6x - 30^\circ - (6x + 150^\circ) = -180^\circ,$$

l'equazione è soddisfatta per qualsiasi valore di  $x$ .

**6** Risolvere l'equazione:  $\operatorname{ctg}(5x - 6^\circ) = \operatorname{ctg}(x - 10^\circ)$ .

Deve essere:

$$5x - 6^\circ = x - 10^\circ + k180^\circ \Rightarrow x = -1^\circ + k45^\circ,$$

**7** Risolvere l'equazione:  $\sin(2x - 16) = \frac{1}{2}$ .

Deve essere:

$$2x - 16 = \frac{\pi}{6} + 2k\pi \Rightarrow x = \frac{\pi}{12} + k\pi + 8,$$

oppure:

$$2x - 16 = \frac{5}{6}\pi + 2k\pi \Rightarrow x = \frac{5}{12}\pi + k\pi + 8,$$

**8** Risolvere l'equazione:  $2\sin^2x - 5\cos x - 4 = 0$ .

Poiché  $\sin^2x = 1 - \cos^2x$ , l'equazione si può scrivere:

$$2\cos^2x + 5\cos x + 2 = 0, \text{ e quindi: } \cos x = -2, \quad \cos x = -\frac{1}{2}.$$

La prima equazione è impossibile, mentre la seconda ha le soluzioni:

$$x = \pm \frac{2}{3}\pi + 2k\pi,$$

**9** Risolvere l'equazione:  $2\text{sen}^3x - 7\text{sen}^2x + 7\text{sen}x - 2 = 0$ . (1)  
 Posto  $\text{sen}x = y$ , la (1) si scrive:

$$2y^3 - 7y^2 + 7y - 2 = 0,$$

che è una equazione reciproca di 3° grado di seconda specie: una delle radici è  $y_1 = 1$  e le altre due sono  $y_2 = \frac{1}{2}$ ,  $y_3 = 2$ .

La radice  $y_3$  va scartata. Si hanno così le due equazioni:

$$\text{sen}x = 1, \quad \text{sen}x = \frac{1}{2}.$$

Le soluzioni della prima sono:  $x = \frac{\pi}{2} + 2k\pi$ , (2)

e quelle della seconda:  $x = \frac{\pi}{6} + 2k\pi$ ,  $x = \frac{5}{6}\pi + 2k\pi$ , ( $k \in \mathbb{Z}$ ). (3)

Le soluzioni della equazione (1) sono rappresentate dalla (2) e dalle (3).

**10** Risolvere l'equazione:  $\text{sen}x - \cos x = 1$ .

Applicando le formule parametriche, si ha:

$$2\text{tg} \frac{x}{2} - 2 = 0, \quad \text{ossia:} \quad \text{tg} \frac{x}{2} = 1. \quad (1)$$

Quindi:

$$\frac{x}{2} = 45^\circ + k180^\circ, \quad \text{cioè:} \quad x = 90^\circ + k360^\circ, \quad (k \in \mathbb{Z})$$

Queste sono le soluzioni della (1); ad esse vanno aggiunte le seguenti:

$$x = 180^\circ + k360^\circ,$$

per le quali  $\text{tg} \frac{x}{2}$  non è definita.

**11** Risolvere l'equazione:  $\text{sen}2x - \text{sen}x = \text{tg}x$ .

L'equazione si può scrivere successivamente:

$$2\text{sen}x\cos x - \text{sen}x = \frac{\text{sen}x}{\cos x} \Rightarrow 2\text{sen}x\cos^2x - \text{sen}x\cos x - \text{sen}x = 0 \Rightarrow \text{sen}x(2\cos^2x - \cos x - 1) = 0,$$

e questa si scinde nelle due equazioni di tipo noto:

$$\text{sen}x = 0, \quad 2\cos^2x - \cos x - 1 = 0.$$

La prima ha le soluzioni:  $x = k180^\circ$ .

La seconda ha le soluzioni:  $x = k360^\circ$ ;  $x = \pm 120^\circ + k360^\circ$ , ( $k \in \mathbb{Z}$ ).

**12** Risolvere l'equazione:  $3\text{tg}x + 3\text{ctg}x = 4\sqrt{3}$ .

L'equazione si può scrivere:

$$3\text{tg}^2x - 4\sqrt{3}\text{tg}x + 3 = 0, \quad \text{da cui:} \quad \text{tg}x = \sqrt{3}, \quad \text{tg}x = \frac{\sqrt{3}}{3}.$$

Si ha:

$$x = 60^\circ + k180^\circ, \quad x = 30^\circ + k180^\circ, \quad (k \in \mathbb{Z}).$$