

Risolvi in parallelo i primi 4 esercizi

Risolvi le seguenti equazioni esponenziali:

$$2^{4x-1} = 8, \quad \left| \quad 27^{x^2-5} = 3, \quad \left| \quad 5^{x^2+2} = 125^x, \quad \left| \quad 81^{\frac{x+6}{12}} = 27^{\frac{3}{x}}.$$

Poiché i due membri di ciascuna sono potenze della stessa base, si ha rispettivamente:

$$2^{4x-1} = 2^3, \quad \left| \quad 3^{3(x^2-5)} = 3, \quad \left| \quad 5^{x^2+2} = 5^{3x}, \quad \left| \quad 3^{4 \frac{x+6}{12}} = 3^{3 \frac{3}{x}},$$

da cui (potenze uguali, con la stessa base, hanno uguali esponenti) consegue successivamente e rispettivamente:

$$\begin{array}{l|l|l|l} 4x - 1 = 3, & 3x^2 - 15 = 1, & x^2 + 2 = 3x & \frac{x+6}{3} = \frac{9}{x}, \\ 4x = 4, & 3x^2 = 16, & x^2 - 3x + 2 = 0 & x^2 + 6x - 27 = 0, \\ x = 1. & x = \pm \frac{4\sqrt{3}}{3}. & x = 1; x = 2. & x = 3, \quad x = -9. \end{array}$$

**5** Risolvi l'equazione esponenziale:  $2^{2x} - 2 \cdot 2^x - 8 = 0$ .

Posto:  $2^x = t$ , l'equazione si trasforma in:

$$t^2 - 2t - 8 = 0 \Rightarrow t_1 = -2 \text{ e } t_2 = 4.$$

Quindi, si ha:

$$2^x = -2 \Rightarrow \text{impossibile, perché una potenza a esponente reale è sempre positiva;}$$

e

$$2^x = 4 \Rightarrow 2^x = 2^2 \Rightarrow x = 2.$$

**6** Risolvi l'equazione esponenziale:  $2^{1-x} + 2^{2-3x} = 3 \cdot 2^{1-2x}$ .

Ricordando i teoremi sulle potenze, l'equazione si può scrivere:

$$\frac{2}{2^x} + \frac{2^2}{2^{3x}} = \frac{3 \cdot 2}{2^{2x}}. \quad (1)$$

Posto  $2^x = t$ , la (1) diventa:

$$\frac{2}{t} + \frac{4}{t^3} = \frac{6}{t^2}, \quad \text{da cui: } t^2 - 3t + 2 = 0 \Rightarrow \begin{cases} t_1 = 1 \\ t_2 = 2. \end{cases}$$

Quindi:

$$\bullet t_1 = 1 \Rightarrow 2^x = 1 \Rightarrow x = 0;$$

$$\bullet t_2 = 2 \Rightarrow 2^x = 2 \Rightarrow x = 1.$$

**7** Risolvi l'equazione:  $\frac{1-3^{-x}}{8} = 9^{1-x}$ .

L'equazione si può scrivere:

$$1 - 3^{-x} = 8 \cdot \frac{9}{9^x}, \quad \text{cioè: } 1 - \frac{1}{3^x} = \frac{72}{3^{2x}}.$$

Posto  $3^x = t$ , si ha:

$$1 - \frac{1}{t} = \frac{72}{t^2} \Rightarrow t^2 - t - 72 = 0 \Rightarrow \begin{cases} t_1 = -8 \\ t_2 = +9. \end{cases}$$

Quindi:

$$\bullet 3^x = -8 \Rightarrow \text{impossibile;}$$

$$\bullet 3^x = 9 = 3^2 \Rightarrow x = 2.$$