ESERCIZIO 1

PREMESSA

Per risolvere dei problemi semplici spesso esistono delle regole che, dai dati del problema, permettono di calcolare o *dedurre* la soluzione. Questa situazione si può descrivere col termine

regola(<sigla>,<lista antecedenti>,<conseguente>)

che indica una regola di nome <sigla> che consente di dedurre <conseguente> conoscendo tutti gli elementi contenuti nella <lista antecedenti>, detta anche *premessa*. Per problemi più difficili una sola regola non basta a risolverli, ma occorre applicarne diverse in successione.
Un *procedimento di deduzione* (o di calcolo) è rappresentato da un elenco di regole da applicare e quindi può essere descritto dalla lista delle sigle ad esse corrispondenti.
Si consideri il seguente elenco di regole:

regola(11,[a,b],z)	regola(12, [m,f,g],w)	regola(13, [a,b,w],q)
regola(14, [r,g],b)	regola(15, [a,b],s)	regola(16, [s,r],b)
regola(17, [q,a],r)	regola(18, [q,a],g)	regola(19, [a,b,s],w)
regola(20, [a,f],w)	regola(21, [a,b,s],f)	regola(22, [a,b,f],k)

Per esempio la regola 11 dice che si può calcolare (o dedurre) **z** conoscendo **a** e **b** (o a partire da **a** e **b)**; utilizzando queste regole, conoscendo [**a**,**b**], è possibile dedurre anche **s** con la regola 15; inoltre è possibile dedurre **w** applicando prima la regola 15 (per dedurre **s**) e poi (conoscendo ora i 3 elementi **a, b, s**) la regola 19. La lista [15] descrive il procedimento per dedurre **s** conoscendo [**a,b**] e la lista [15,19] descrive un procedimento per dedurre **w** a partire da [**a**,**b**]. Il numero di elementi della lista si dice *lunghezza* del procedimento.

PROBLEMA

Sono date le seguenti regole:

regola(1,[q],p).	regola(2,[b],e).	regola(3,[s],a).
regola(4,[b,r],a).	regola(5,[r],b).	regola(6,[a,g],h).
regola(7,[a,s],q).	regola(8,[d,e],p).	regola(9,[a,b],d).

Trovare:
la lista L1 che descrive il procedimento per dedurre **p** a partire da [a,b],
la lista L2 che descrive il procedimento per dedurre **q** a partire da **s**,
la lista L3 che descrive il procedimento per dedurre **p** a partire da **r**.

N.B. Elencare le sigle nell'ordine che corrisponde alla sequenza di applicazione delle regole a partire dal primo elemento (a sinistra) della lista: se ci sono contemporaneamente più regole applicabili, dare la precedenza a quella con sigla inferiore.

L1	[ ]
L2	[ ]
L3	[ ]

SOLUZIONE

L1	[2,9,8]
L2	[3,7]
L3	[5,2,4,9,8]

COMMENTI ALLA SOLUZIONE

Per risolvere questo tipo di problemi si possono usare due metodi: il metodo *backward* (o *top down*) oppure il metodo *forward* (o *bottom up*).

Il primo metodo consiste nel partire dalla incognita e cercare di individuare una regola per derivarla. Se esiste una regola i cui antecedenti sono tutti noti (i dati) la soluzione è trovata; altrimenti si cerca una regola i cui antecedenti non sono tutti noti e si continua a cercare regole per derivare gli antecedenti incogniti (che compaiono nella premessa).

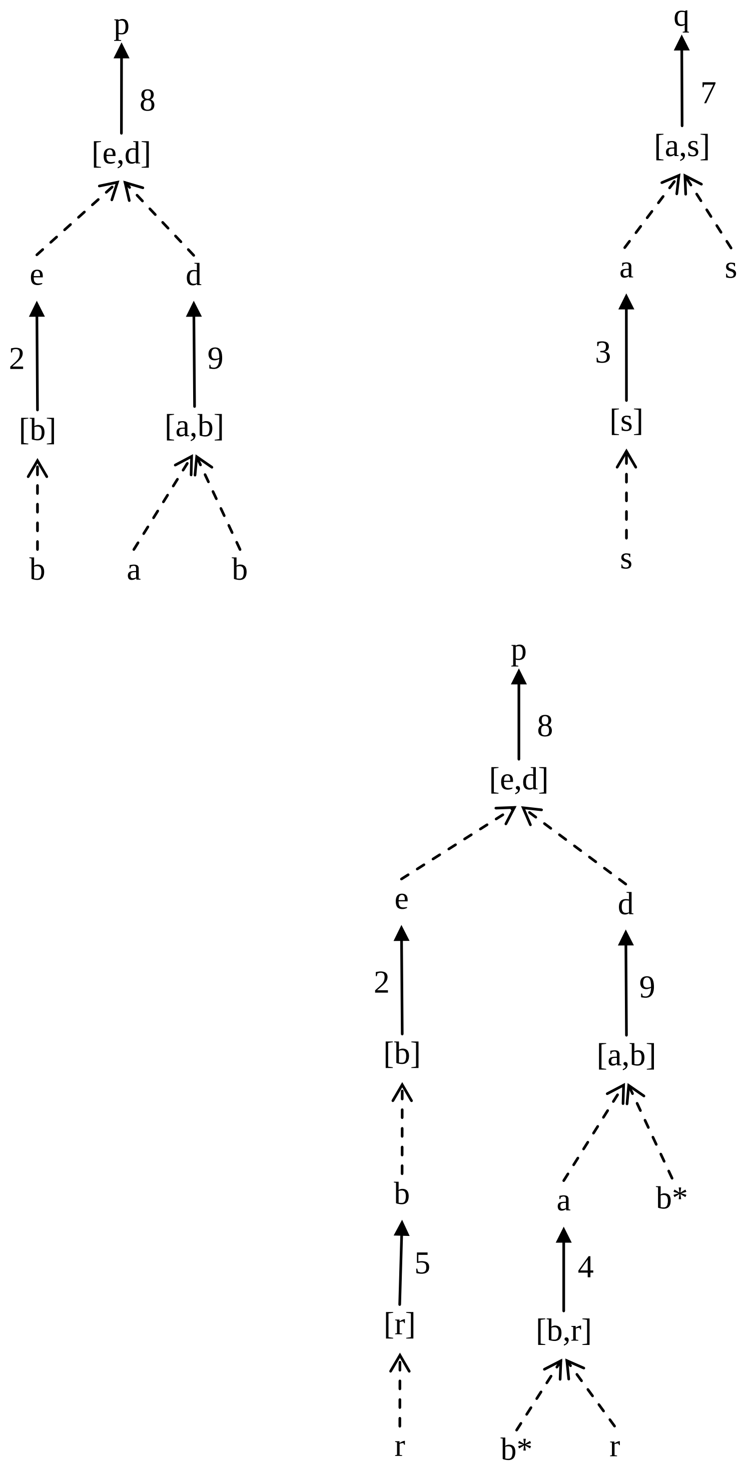
Il secondo metodo consiste nel partire dagli *elementi noti* (che, all'inizio, sono solo i dati) e cercare una regola che nella premessa contenga solo tali elementi: se il conseguente è l'incognita cercata, allora il problema è risolto, altrimenti si aggiunge il conseguente agli elementi noti: con questi si ripete il processo, proseguendo finché si trova una regola il cui conseguente è l'incognita.

Quale dei due metodi è più conveniente dipende dal problema: di norma per problemi con "molte" regole e con l'incognita che compare come conseguente in "poche" conviene provare il primo metodo; per problemi con "poche" regole e con l'incognita che compare come conseguente in "molte" conviene provare con il secondo. In casi veramente complessi si possono provare entrambi i metodi, per orientarsi a trovare il processo risolutivo. Queste considerazioni valgono se la soluzione è cercata "manualmente": dovendo scrivere un programma è quasi sempre conveniente il primo metodo.

Per rispondere alla prima domanda, si vede immediatamente che esistono solo due regole che, dati [a,b], possono essere applicate inizialmente: la regola 2 e la regola 9 che consentono di dedurre **e** e **d** rispettivamente. È immediato che con questi elementi, dalla regola 8 si può dedurre **p**, quindi la lista L1 è [2,9,8].

Per rispondere alla seconda domanda si osservi che dai dati (**s**) è possibile applicare solo la regola 3, deducendo così **a**; noti **s** ed **a** si può applicare solo la regola 7 deducendo così il richiesto **q**; la lista L2 è [3,7].

Per rispondere alla terza domanda si osservi che dai dati (**r**) è possibile applicare solamente la regola 5, che permette di dedurre **b**. Ora si possono applicare le regole 2 e 4. Applicando la regola 2 (perché di sigla inferiore) si deduce **e**; poi, con la regola 4, è possibile dedurre **a**. A questo punto, la regola 9 permette di dedurre **d** e, successivamente, la regola 8 permette di ricavare **p**. La lista L3 è quindi [5,2,4,9,8].

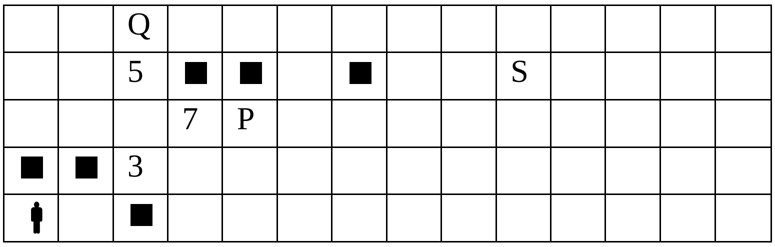


N.B. L’asterisco segnala elementi già dedotti; l’albero deve essere “letto” da sinistra a destra. Sono possibili “altri” alberi: ma corrispondono tutti alla stessa lista.

ESERCIZIO 2

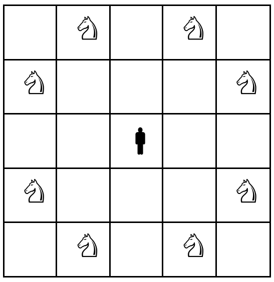
PREMESSA

In un foglio a quadretti è disegnato un campo di gara di dimensioni 14×5 (14 quadretti in orizzontale e 5 in verticale, vedi figura).



Ogni casella può essere individuata da due numeri (interi); per esempio la casella contenente la lettera P è individuata spostandosi di cinque colonne da sinistra e di tre righe dal basso: brevemente si dice che ha *coordinate* [5,3]; la prima coordinata (in questo caso 5) si dice *ascissa* e la seconda (in questo caso 3) si dice *ordinata*. Le coordinate della casella contenente la lettera S sono [10,4] e di quella contenente il robot sono [1,1].

Il robot si muove a passi e ad ogni passo (o mossa) può spostarsi solo in una delle caselle contenenti ♘ come illustrato nella seguente figura (allo stesso modo del *cavallo* nel gioco degli scacchi).



Il campo di gara può contenere caselle, segnate da un *quadrato nero* nella prima figura, *interdette* al robot: cioè il robot *non può essere collocato* in quelle caselle (che quindi si comportano come se fossero occupate da un pezzo dello stesso colore del cavallo, nel gioco degli scacchi); quindi, tenuto conto anche dei bordi del campo di gara, la mobilità del robot può essere limitata; ad esempio se il robot si trovasse nella casella in cui c'è Q si potrebbe spostare solo in 3 caselle: non può andare in [5,4] perché è interdetta; se fosse nella casella in cui c'è P avrebbe 7 mosse possibili; dalla casella [1,1] ha solo 2 mosse possibili: in [2,3] e in [3,2].

Un percorso è descritto dalla *lista delle coordinate delle caselle attraversate*; un possibile percorso da P (coordinate [5,3]) a Q (coordinate [3,5]) è descritto dalla lista [[5,3],[3,2],[5,1],[4,3],[3,5]].

In alcune caselle sono posti dei premi che il robot può *raccogliere* lungo un percorso. Ogni premio è descritto fornendo le coordinate della casella che lo contiene e il valore del premio: i premi riportati nella prima figura sono descritti dalla seguente lista [[3,2,3],[4,3,7],[3,4,5]]. Nel percorso da P a Q, sopra descritto, il *totale di premi raccolti* è pari a 10.

PROBLEMA

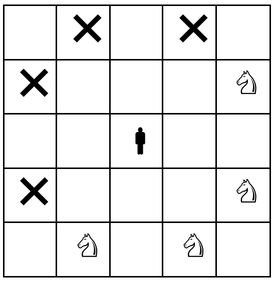
Un campo di gara ha dimensioni 7×7; le caselle interdette descritte dalla seguente lista:

[[1,3],[2,4],[3,2],[3,3],[3,5],[4,2],[5,2],[5,4],[5,5],[6,2],[6,5],[6,6]];

i premi, invece, sono descritti dalla seguente lista:

[[2,5,8],[3,6,10],[4,6,11],[6,3,12],[4,4,13]].

Al robot sono *vietati* i movimenti corrispondenti alle direzioni della rosa dei venti indicate nella seguente lista [oso,ono,nno,nne], cioè le mosse del robot in questo problema si riducono a quelle illustrate (col simbolo ♘) nella seguente figura.



Partendo dalla casella [1,7], il robot deve raggiungere la casella [7,1], senza passare più di una volta per una stessa casella. Trovare:

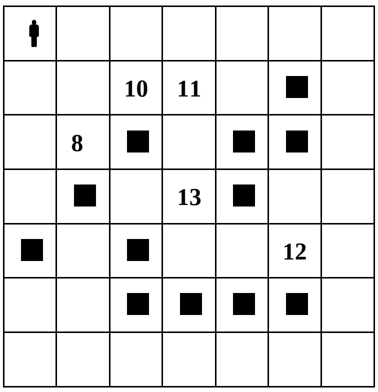
- il percorso L1 in cui si raccoglie il massimo di premi;
- il percorso L2 in cui si raccoglie il minimo di premi;
- il numero N di percorsi possibili da [1,7] a [7,1].

L1	[ ]
L2	[ ]
N	

SOLUZIONE

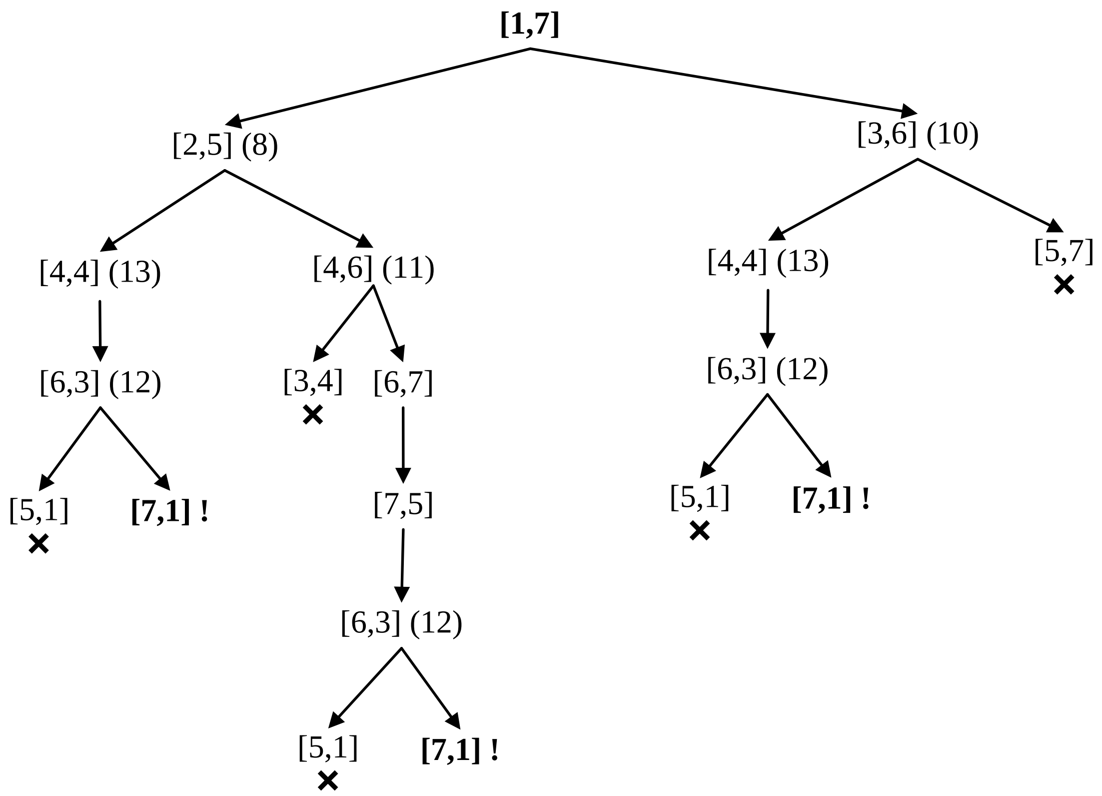
L1	[[1,7],[3,6],[4,4],[6,3],[7,1]]
L2	[[1,7],[2,5],[4,6],[6,7],[7,5],[6,3],[7,1]]
N	3

COMMENTI ALLA SOLUZIONE
Il campo di gara è mostrato nella figura.



Esiste una maniera sistematica per trattare problemi di questo tipo: costruire l'*albero delle possibili mosse*. Come mostrato nella seguente figura, si inizia con la *radice* che è la casella in cui parte il robot; poi ad ogni nodo si aggiungono tanti *figli* quante sono le caselle raggiungibili dal robot posto nella casella corrispondente a quel nodo. Per esempio da [1,7] si può andare in [2,5] o in [3,6]; poi, per esempio, da [2,5] si può andare in [4,4], [4,6] (ma non in [3,7] perché è una mossa vietata né in [1,3] o [3,3] perché sono caselle interdette) e così via. Nell'albero in figura sono stati indicati i premi a fianco delle caselle nodo, dove appropriato.
N.B. Naturalmente il robot non può tornare in una casella in cui è già stato.

Nella figura, per semplicità, sono sviluppati solo i rami che raggiungono la *meta* (caratterizzata da un “!”); gli altri sono troncati.



I percorsi sono successioni di nodi dalla radice alle foglie meta: quelli possibili e i premi raccolti sono quindi:

PERCORSO	PREMI RACCOLTI
[[1,7],[2,5],[4,4],[6,3],[7,1]]	33
[[1,7],[2,5],[4,6],[6,7],[7,5],[6,3],[7,1]]	31
[[1,7],[3,6],[4,4],[6,3],[7,1]]	35

ESERCIZIO 3

PREMESSA

In un deposito di minerali esistono esemplari di vario peso e valore individuati da sigle di riconoscimento. Ciascun minerale è descritto da una termine che contiene le seguenti informazioni:

tab(<sigla del minerale>, <valore in euro>, <peso in Kg>).

Il deposito contiene i seguenti minerali:

tab(m1,42,74)	tab(m2,47,78)	tab(m3,49,73)
tab(m4,50,75)	tab(m5,41,79)	tab(m6,43,80)
tab(m7,46,72)	tab(m8,48,77)	tab(m9,47,71)

PROBLEMA

– Disponendo di un autocarro con portata massima di 149 Kg, trovare la lista L1 delle sigle di 2 minerali diversi trasportabili con questo autocarro che consente di ottenere il massimo valore possibile.
– Disponendo di un autocarro con portata massima di 220 Kg, trovare la lista L2 delle sigle di 3 minerali diversi trasportabili con questo autocarro che consente di ottenere il massimo valore possibile.

N.B. Nelle liste, elencare le sigle in ordine crescente; per le sigle si ha il seguente ordine: m1<m2<… <m9.

L1	[ ]
L2	[ ]

SOLUZIONE

L1	[m3,m4]
L2	[m3,m4,m9]

COMMENTI ALLA SOLUZIONE

In generale, un metodo per risolvere il problema (detto della *forza bruta*) è quello di generare tutte le combinazioni di 2 o di 3 minerali presi tra i nove del deposito, calcolarne peso e valore e scegliere, tra quelle trasportabili, quella che ha valore maggiore; poiché tali combinazioni sono rispettivamente (9×8)/(2×1) = 36 e (9×8×7)/(3×2×1) = 84, tale metodo è "pesante" (cioè richiede molti calcoli).

Per particolari problemi esistono comunque modi "più veloci", detti *euristici* che consentono di (costruire ed) esaminare un minor numero di combinazioni.

Per la prima domanda del problema in esame si può osservare che la coppia di minerali di maggior valore ([m3,m4]) è trasportabile (cioè pesa meno di 149 chili): quindi basta prendere in considerazione solo quella.

Per la seconda domanda si può osservare che si possono escludere a priori alcuni materiali: basta elencarli in ordine crescente di peso

minerale	peso
m9	71
m7	72
m3	73
m1	74

m4	75
m8	77
m2	78
m5	79
m6	80

Si possono escludere gli ultimi tre perché ciascuno di essi in combinazione anche con i più leggeri (m9 e m7) eccede il peso massimo ammissibile; m8 è trasportabile solo con m9 e m7: questa combinazione ha valore 141.
La terna dei minerali di maggior valore tra i rimanenti ([m3,m4,m9]) è trasportabile (pesa 219 kg) e ha valore complessivo 146 (>141), quindi è quella cercata.

ESERCIZIO 4

PREMESSA
Leggere il testo seguente con attenzione.

Umberto Saba scrisse "Cinque poesie per il gioco del calcio" in cui utilizza il motivo del popolarissimo sport per ribadire il suo bisogno di partecipazione e identificazione con l'animo popolare. Una delle cinque poesie è "Goal" che viene di seguito riportata.

GOAL
Il portiere caduto alla difesa
ultima vana[1], contro terra cela[2]
la faccia, a non veder l'amara luce[3].
Il compagno in ginocchio che l'induce
con parole e con mano, a rilevarsi[4],
scopre pieni di lacrime i suoi occhi.
La folla - unita ebrezza[5] - par trabocchi[6]
nel campo. Intorno al vincitore stanno,
al suo collo si gettano i fratelli[7].
Pochi momenti come questo belli,
a quanti l'odio consuma e l'amore,
è dato, sotto il cielo, di vedere[8].
Presso la rete inviolata il portiere
- l'altro[9] - è rimasto. Ma non la sua anima,
con la persona vi è rimasta sola.
La sua gioia si fa una capriola[10],
si fa baci che manda di lontano.
Della festa - egli dice - anch'io son parte.

NOTE ALLA POESIA:
1. *Ultima vana: il portiere ha tentato un inutile tuffo dopo aver cercato l'estrema difesa della porta.*
2. *Cela: nasconde.*
3. *L'amara luce: la luce del giorno mostra la realtà triste per il portiere che ha subito il goal*
4. *Rilevarsi: sollevare la faccia da terra.*
5. *Unita ebrezza: i tifosi sono euforici e si uniscono in un solo abbraccio.*
6. *Trabocchi: dilaghi.*
7. *I fratelli: i compagni di squadra.*
8. *Da "Pochi …" a "vedere.", si costruisce così: agli uomini (descritti come "quanti l'odio consuma e l'amore", cioè coloro che conoscono direttamente i sentimenti e le passioni dell'odio e dell'amore) è consentito di vedere pochi momenti belli come questo (il momento del goal e della gioia successiva).*
9. *L'altro: il portiere della squadra che ha segnato.*
10. *La sua gioia si fa una capriola: per la gioia il portiere fa una capriola, per sentirsi vicino ai suoi compagni.*

PROBLEMA
Rispondere alle seguenti domande numerate, riportando nella successiva tabella la lettera maiuscola (senza punto) corrispondente alla risposta ritenuta corretta.

1. Il componimento si struttura in tre momenti differenti segnalati dalle tre diverse strofe. Tale struttura si può così riassumere:
   A. Nella prima strofa si descrive l'azione che porta al goal, nella seconda la gioia dei tifosi della squadra che ha segnato e nell'ultima, la terza, la tristezza del portiere della squadra che ha subito il goal;
   B. Nella prima strofa si descrive un momento successivo al goal, nella seconda la gioia dei tifosi della squadra che ha segnato e nell'ultima, la terza, il portiere della squadra che ha segnato e le sue riflessioni;
   C. Nella prima strofa si descrive la tristezza del portiere che ha subito il goal, nella seconda la gioia dei tifosi della squadra che ha segnato e nell'ultima, la terza, la tristezza e la solitudine del portiere della squadra che ha segnato, perché non può partecipare alla gioia collettiva;
   D. Nella prima strofa si descrive un momento successivo all'azione del goal, nella seconda sono raccontate le capriole che compie in campo, il calciatore che ha segnato e nell'ultima, la terza, il portiere della squadra che ha segnato e le sue riflessioni.
2. Soprattutto le prime due strofe sono costruite con
   A. Un procedimento a "chiasmo";
   B. L'espediente del paragone;
   C. Una lunga enumerazione;
   D. L'espediente dell'antitesi.
3. La metrica può essere schematizzata in questo modo:
   A. Tre strofe di endecasillabi a rima alternata;
   B. Tre strofe di endecasillabi con alcune rime riconoscibili, ma non regolari;
   C. Tre strofe di settenari con alcune rime riconoscibili, ma non regolari;
   D. Tre strofe di endecasillabi in cui l'ultimo verso della strofa rima sempre con la prima parola del verso della strofa successiva.
4. "*Amara luce*" a livello retorico è
   A. Una ipallage;
   B. Una litote;
   C. Una metafora;
   D. Una sinestesia.
5. Il poeta, in un preciso punto del testo, avanza il suo commento; egli enuncia che
   A. L'essere umano, sempre teso tra sentimenti di ostilità o affetto, a volte, come nell'episodio descritto nei versi, ha la possibilità di vivere intensi momenti di gioia;
   B. La tristezza è un sentimento difficilmente accettabile;
   C. L'essere umano, sempre teso tra sentimenti di ostilità o affetto, a volte, come nell'episodio descritto nei versi, ha la possibilità di partecipare ad eventi sportivi che rimarranno impressi nella storia;
   D. Nonostante la solitudine e l'odio, nell'essere umano prevalgono i sentimenti di gioia e condivisione.
6. Saba in questa poesia:
   A. Utilizza un lessico estremamente complesso, ma una sintassi estremamente semplice;
   B. Utilizza un lessico sostanzialmente semplice, ma, in alcuni versi, una sintassi ipotattica;
   C. Utilizza un registro aulico e una sintassi altrettanto complessa;
   D. Utilizza soprattutto la paratassi e un lessico molto semplice.
7. Dal testo si può intuire che:
   A. Il gioco del calcio si carica di significati più profondi: è gioco della vita; le passioni che si consumano in campo sono quelle più tipiche delle varie vicende umane;
   B. Il gioco del calcio si carica di significati più profondi: è spettacolo di massa in cui si colgono gli aspetti più moderni della nuova borghesia italiana;

   C. Il gioco del calcio si carica di significati più profondi: è gioco della vita che, a fronte della gioia e della spensieratezza, mette in luce e fa comunque prevalere la sofferenza dell'essere umano;
   D. Il gioco del calcio si carica di significati più profondi: è insieme di regole e di rapporti umani che sono metafora del percorso di formazione di qualsiasi essere umano.
8. La gioia della folla, nella parte iniziale della seconda strofa, è rappresentata da Saba:
   A. Con un iperbato;
   B. Con un'immagine che presenta elementi antitetici;
   C. Con un paragone;
   D. Con un'immagine addolcita e aggraziata.
9. Dai versi si percepisce (riguardo alla "voce" narrante):
   A. Che c'è un narratore interno che descrive la situazione e si intuisce che fa parte di una delle due squadre in campo;
   B. Che c'è un narratore esterno che descrive la situazione (Saba), ma si può percepire anche la voce di qualche giocatore in campo;
   C. Che c'è solo un narratore esterno che descrive la situazione (Saba), nessuna altra voce che esprime le proprie sensazioni è rintracciabile;
   D. Che l'evento ci viene presentato da più punti di vista e per ognuno di essi Saba utilizza un narratore differente.
10. I giocatori in campo, oltre ai due portieri:
   A. Non compaiono, si può solo intuire la loro presenza;
   B. Sono descritti quelli che hanno subito il goal: per la rabbia, saltano al collo del *goleador*;
   C. Si stringono attorno all'autore del goal, sententosi uniti da un affetto di solidarietà;
   D. Si stringono attorno all'autore del goal e comunicano agli avversari un non velato sentimento di sfida.

DOMANDA	RISPOSTA
1	
2	
3	
4	
5	
6	
7	
8	
9	
10	

SOLUZIONE

DOMANDA	RISPOSTA
1	B
2	D
3	B
4	D
5	A
6	B
7	A
8	C
9	B
10	C

COMMENTI ALLA SOLUZIONE

1. I tre momenti riassunti nelle tre strofe sono questi: nella prima, uno dei due portieri ha appena subito un goal (momento successivo al goal) e viene confortato da un compagno; nella seconda si descrive la gioia dei tifosi della squadra vincente, dei compagni di colui che ha segnato e nell'ultima, il punto di vista passa all'altro portiere che, seppur un po' in solitudine, partecipa "emotivamente" alla gioia collettiva. La risposta corretta è dunque la B.
2. La tristezza narrata nella prima strofa è antitetica alla gioia descritta nella seconda: si utilizza quindi l'espediente dell'antitesi [risposta D]. Il "chiasmo" incrocia quattro elementi e li mette in relazione, l'enumerazione è un elenco di termini o elementi, il paragone presuppone un confronto con il "come" o con un elemento che viene avvicinato per similarità ad un altro. Questi tre stratagemmi retorici non compaiono nelle prime due strofe della poesia.
3. La metrica di questa poesia è la seguente: tre strofe di endecasillabi con alcune rime riconoscibili, ma non regolari. (Ad esempio i distici centrali di ogni strofa presentano una rima baciata, così come l'ultimo verso di una strofa è in rima baciata con il primo della successiva). La risposta corretta è la B.
4. Amaro riguarda il senso del gusto, luce riguarda il senso della vista: la figura retorica che avvicina due elementi di due sfere sensoriali differenti è la sinestesia.
5. La poesia è fondamentalmente descrittiva, ma nella seconda parte della seconda strofa la voce del poeta commenta in modo "onnisciente" e sensibile il rapporto tra momento felice (il goal e la momentanea felicità) ed umanità. Il testo dice: "*Pochi momenti come questo belli, a quanti l'odio consuma e l'amore, è dato, sotto il cielo, di vedere*". Saba quindi sostiene che l'essere umano, sempre teso tra sentimenti di ostilità o affetto, a volte, come nell'episodio descritto nei versi, ha la possibilità di vivere intensi momenti di gioia [risposta A]. Le risposte B e C contengono informazioni errate, mentre la risposta D contiene un'idea che si desume dalla poesia (soprattutto dalla terza strofa), ma che non viene sostenuta direttamente nel commento del poeta stesso.
6. Il lessico di questa poesia è sostanzialmente "semplice" di uso "quotidiano": *portiere, faccia, lacrime, occhi, fratelli, belli, odio e amore, cielo, rete, persona, capriola, baci, festa.* La sintassi invece, presenta spesso periodi ipotattici (presenza di subordinate) e inversioni delle parti del discorso (anastrofi): un esempio può essere "*Pochi momenti come questo belli, a quanti l'odio consuma e l'amore, è dato, sotto il cielo, di vedere.*", un altro, "*Il compagno in ginocchio che l'induce, con parole e con mano, a rilevarsi, scopre pieni di lacrime i suoi occhi*". La risposta corretta è la B.
7. Si può intuire dal testo che la partita del calcio, il goal, i giocatori, il campo, gli spettatori non sono altro che un "microcosmo" allegorico dell'umanità e dei sentimenti che essa può provare: tristezza, euforia, gioia, solitudine, condivisione ecc. Quindi la risposta corretta è la A. È vero che il calcio è uno spettacolo a cui partecipa la "massa", ma nei versi di Saba non compaiono elementi che ci portano a riflettere sul carattere "sociale" (borghesia, proletariato, classi medie

– alte ecc.) delle persone coinvolte (risposta B). La sofferenza e la tristezza sono presenti nel gioco del calcio, come nella vita, ma qui vengono costantemente contrastate dal senso di gioia ed eccitazione che mitigano o stemprano la parte “cupa” dell’esistenza. Quindi non prevalgono i sentimenti di sofferenza dell’essere umano (risposta C). Non si citano le regole del calcio e i versi non ci racconto di un percorso di formazione (crescita dall’adolescenza all’età adulta) dei soggetti coinvolti (risposta D).

8. All’inizio della seconda strofa si dice: “*La folla – unita ebrezza – par trabocchi nel campo.*” Si paragona la folla a qualcosa di “liquido” che sta espandendosi (per la gioia) e il suo contenitore (lo stadio) fatica a contenere. Un iperbato è la scomposizione di un sintagma che normalmente dovrebbe rimanere unito, per inserire fa i due termini che lo compongono, altre parole (es. “*Era <u>loco</u> ov’a scender la riva/ venimmo <u>alpestro</u>”)*; non si percepiscono immagini che si oppongono (risposta B), né l’immagine della folla che trabocca è “addolcita” e “aggraziata” (risposta D).
9. Saba è un narratore esterno, onnisciente, che descrive e commenta cosa capita nel momento in cui viene segnato un goal, ma il verso finale ci presenta la voce di uno dei due portieri che, in forma diretta, interviene e commenta la situazione dal suo punto di vista. La risposta corretta è la B, le altre contengono informazioni parziali o errate del tutto.
10. Nella terza strofa si accenna ai giocatori in campo, compagni dell’autore del goal: “*Intorno al vincitore stanno,/al suo collo si gettano i fratelli.*” Il termine “fratelli” sottolinea il rapporto di solidarietà che intercorre tra il goleador e i suoi compagni (risposta C). Le altre risposte contengono informazioni del tutto errate o solo parzialmente vere.

ESERCIZIO 5

PREMESSA

Let λ = $[n_1, n_2, \dots, n_p]$ be a list of positive integers in non-increasing order; examples are:

[6,5,4,3,2]   [6,3,3,2]   [2,2,2,2]   [1,1,1] [5]

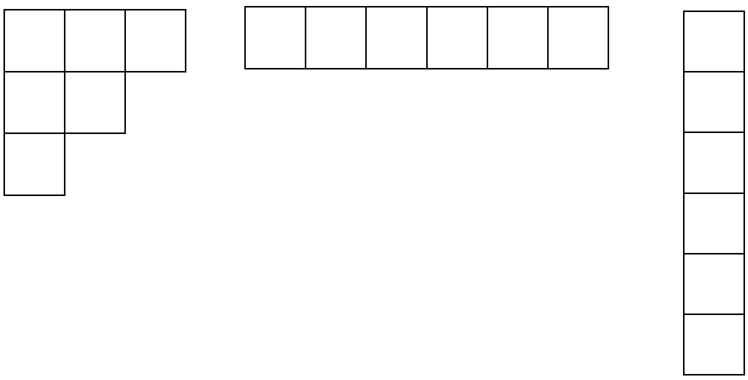
If the numbers appearing in λ sum up to *m* then we write λ ⊦ *m*; so:

[6,5,4,3,2] ⊦ 20; [2,2,2,2] ⊦ 8; [5] ⊦ 5.

Such a λ can be thought as a *shape* of an F-diagram: that is rows of boxes; there are as many rows as elements in the list, and each row has as many boxes as the value of the corresponding element. For example the shapes

[3,2,1]   [6]   [1,1,1,1,1,1]

correspond to the following F-diagrams:



If an F-diagram of shape λ ⊦ *m* is filled with the (integer) numbers 1, 2, …, *m* is called a Y-diagram; examples are:

1	2	3
4	5	
6		

1	3	5
2	6	
4		

1	3	5
2	4	

3	6	5
2	1	
4		

5	3	1
2	4	

A Y-diagram is called *standard* if:

- in each row the numbers are increasing (from left to right),
- in each column the numbers are increasing (from top to bottom).

In the examples above, the first three diagrams are standard; the last two diagrams are not standard.

PROBLEMA

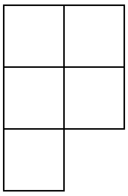
Consider the shape [2,2,1] ⊦ 5; how many are the standard Y-diagram of that shape? Put your answer (an integer number) in the box below.

SOLUZIONE

5

COMMENTI ALLA SOLUZIONE

La forma [2,2,1] corrisponde al diagramma:



Tale diagramma può essere riempito in modo standard in cinque maniere diverse:

1	2
3	5
4	

1	3
2	5
4	

1	4
2	5
3	

1	3
2	4
5	

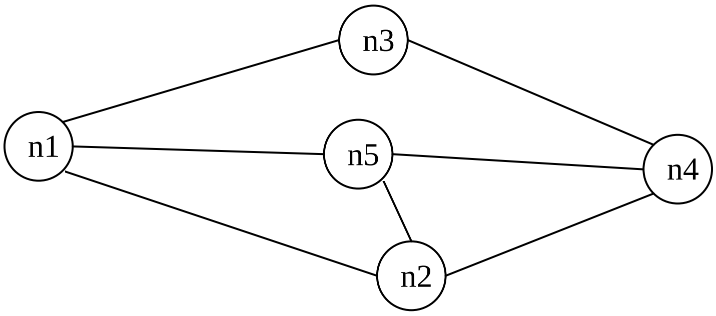
1	2
3	4
5	

Tali riempimenti si costruiscono facilmente: 1 deve stare in alto a sinistra e 5 può stare solo in una casella d’angolo, che non abbia altre caselle a destra e sotto. Il resto segue facilmente.

ESERCIZIO 6

PREMESSA

Il seguente *grafo* descrive i collegamenti esistenti fra 5 città: queste sono rappresentate da *nodi* di nome n1, n2, …, n5 e i collegamenti sono rappresentati da segmenti, detti *archi*, tra nodi.



Questo grafo può essere descritto da un elenco di termini, ciascuno dei quali definisce un arco tra due nodi del grafo con la indicazione della relativa distanza in chilometri:

arco(n1,n2,6)	arco(n1,n3,5)	arco(n3,n4,4)
arco(n1,n5,3)	arco(n2,n4,3)	arco(n2,n5,2)
arco(n5,n4,6)		

Due nodi si dicono *adiacenti* se sono collegati da un arco. Un *percorso* (o *cammino*) tra due nodi del grafo consiste in una sequenza di nodi ciascuno dei quali (tranne l'ultimo) è adiacente con il successivo; un percorso può, quindi essere descritto con una lista di nodi (quelli toccati dal percorso, ordinata dal nodo di partenza al nodo di arrivo). Per esempio, la lista [n5,n2,n4,n3] descrive un percorso dal nodo n5 al nodo n3; tale percorso ha lunghezza K = 2 + 3 + 4 = 9.
Un *ciclo* è un percorso che inizia e termina nello stesso nodo, per esempio [n5,n2,n1,n5]. Un percorso si dice *semplice* se *non* ha nodi ripetuti: un percorso semplice, quindi, non contiene cicli; per esempio [n5,n2,n4,n3] è semplice, mentre [n5,n2,n1,n5,n2,n4,n3] non è semplice perché ha nodi ripetuti.

PROBLEMA

È dato un grafo descritto dal seguente elenco di archi:

a(n1,n7,1)	a(n4,n7,10)	a(n2,n4,4)	a(n1,n3,6)
a(n3,n6,1)	a(n2,n6,8)	a(n1,n5,2)	**a(n8,n5,8)**
a(n5,n7,2)	a(n3,n5,3)	a(n6,n8,2)	a(n4,n8,1)

Attenzione: gli archi in grassetto (l'ottavo e il nono) sono a senso unico dal primo al secondo nodo.

Disegnare il grafo (i collegamenti non devono incrociarsi) e determinare:

1. la lista L1 del percorso semplice *più lungo* tra n1 e n2;
2. la lista L2 del percorso semplice *più breve* tra n1 e n2.

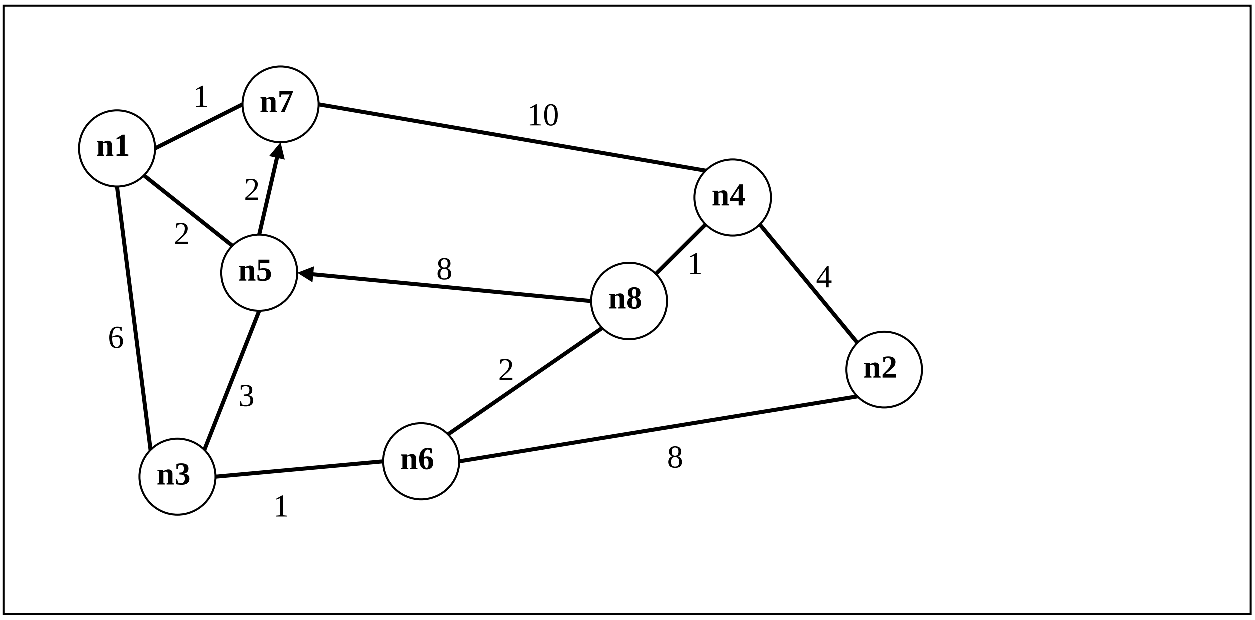
L1	[ ]
L2	[ ]

SOLUZIONE

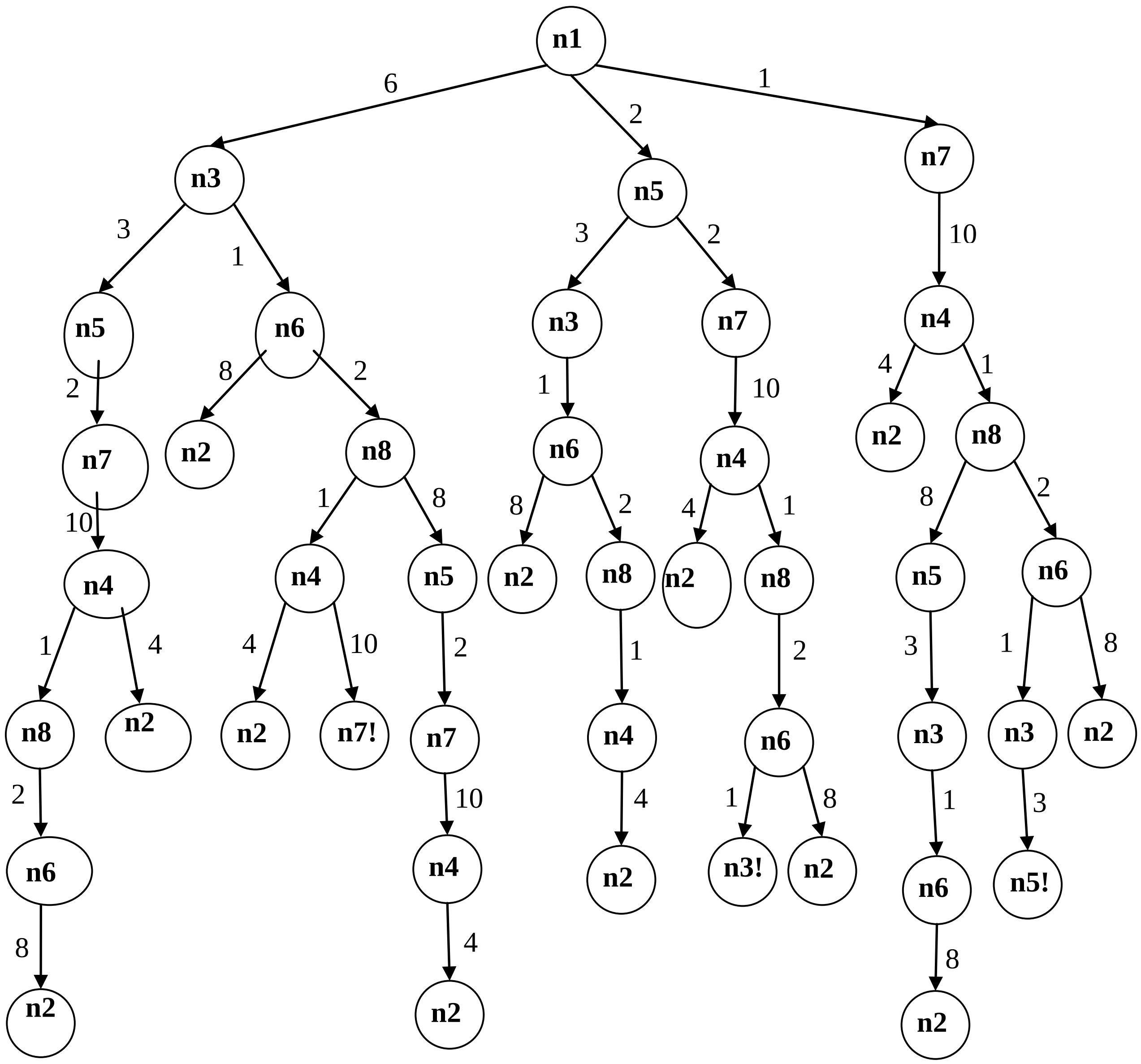
L1	[n1, n3, n6, n8, n5, n7, n4, n2]
L2	[n1, n5, n3, n6, n8, n4, n2]

COMMENTI ALLA SOLUZIONE

Il grafo descritto dal problema è un grafo planare: si può disegnare su un piano in modo che gli archi non si incrocino come, per esempio, mostrato nella seguente figura.



Dal grafo si costruisce l'albero dei percorsi tra n1 e n2, come mostrato nella seguente figura.



Dall'albero è facile costruire tutti i percorsi tra n1 e n2 e la relativa lunghezza.

[n1, n3, n6, n8, n5, n7, n4, n2]	33
[n1, n3, n6, n8, n4, n2]	14
[n1, n3, n6, n2]	15
[n1, n3, n5, n7, n4, n8, n6, n2]	32
[n1, n3, n5, n7, n4, n2]	25
[n1, n5, n7, n4, n8, n6, n2]	25
[n1, n5, n7, n4, n2]	18
[n1, n5, n3, n6, n8, n4, n2]	13
[n1, n5, n3, n6, n2]	14
[n1, n7, n4, n8, n5, n3, n6, n2]	32
[n1, n7, n4, n8, n6, n2]	22
[n1, n7, n4, n2]	15

ESERCIZIO 7

PROBLEMA

Alcuni ragazzi decidono di costruire un ipertesto multimediale sugli avvenimenti significativi della loro regione per la prossima stagione turistica. Per organizzare il progetto, dividono il lavoro in singole attività e, per ciascuna di queste stabiliscono quanti di loro devono partecipare e stimano il tempo per portarla a conclusione. La tabella che segue descrive le attività (indicate rispettivamente con le sigle A1, A2, A3, …), riportando per ciascuna di esse il numero di ragazzi assegnato e il numero di giorni necessari per completarla.

ATTIVITÀ	RAGAZZI	GIORNI
A1	6	2
A2	4	2
A3	3	2
A4	3	6
A5	3	2
A6	3	2
A7	4	2
A8	3	2
A9	6	1
A10	3	2

N.B. Ai fini del problema non è importante conoscere la descrizione delle singole attività.

Le attività devono succedersi opportunamente nel tempo perché, per esempio, una attività utilizza il prodotto di altre: quindi esistono delle *priorità*, descritte con coppie di sigle; ogni coppia esprime il fatto che l'attività associata alla sigla di destra (detta *successiva*) può iniziare solo quando l'attività associata alla sigla di sinistra (detta *precedente*) è terminata. Ovviamente se una attività ha più precedenti, può essere iniziata solo quando *tutte* le precedenti sono terminate.
In questo caso le priorità sono:

[A1,A2], [A1,A3], [A3,A6], [A2,A4], [A2,A5], [A4,A9],
[A3,A4], [A5,A7], [A6,A8], [A7,A9], [A8,A10], [A10,A9].

Trovare il numero N di giorni necessari per completare il progetto, tenuto presente che alcune attività possono essere svolte in parallelo e che ogni attività *deve* iniziare prima possibile (nel rispetto delle priorità). Inoltre, trovare inoltre Rm: il numero minimo di ragazzi necessario per realizzare il progetto così pianificato.

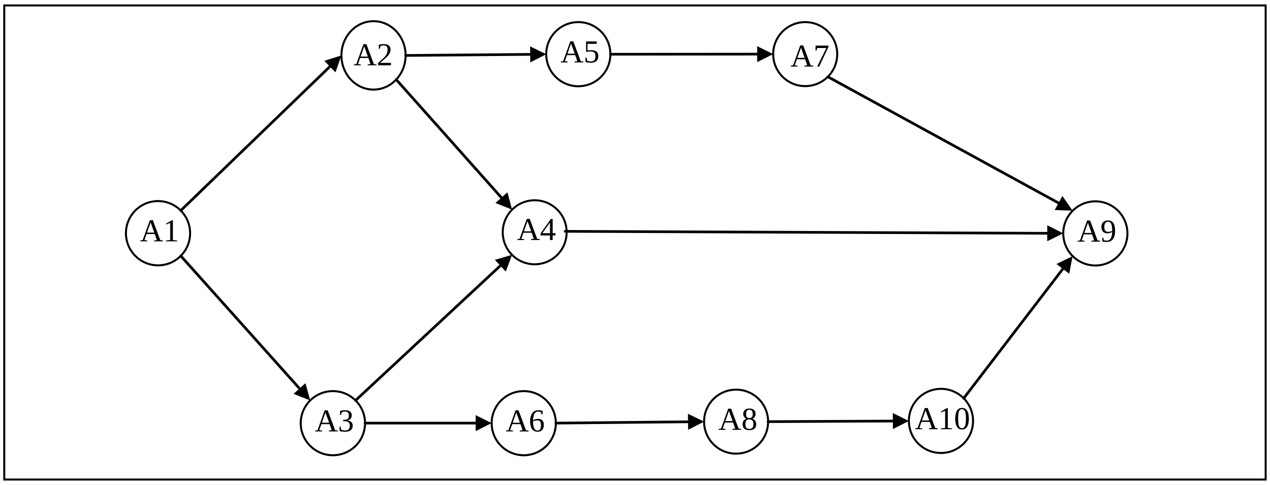
N	
Rm	

SOLUZIONE

N	11
Rm	10

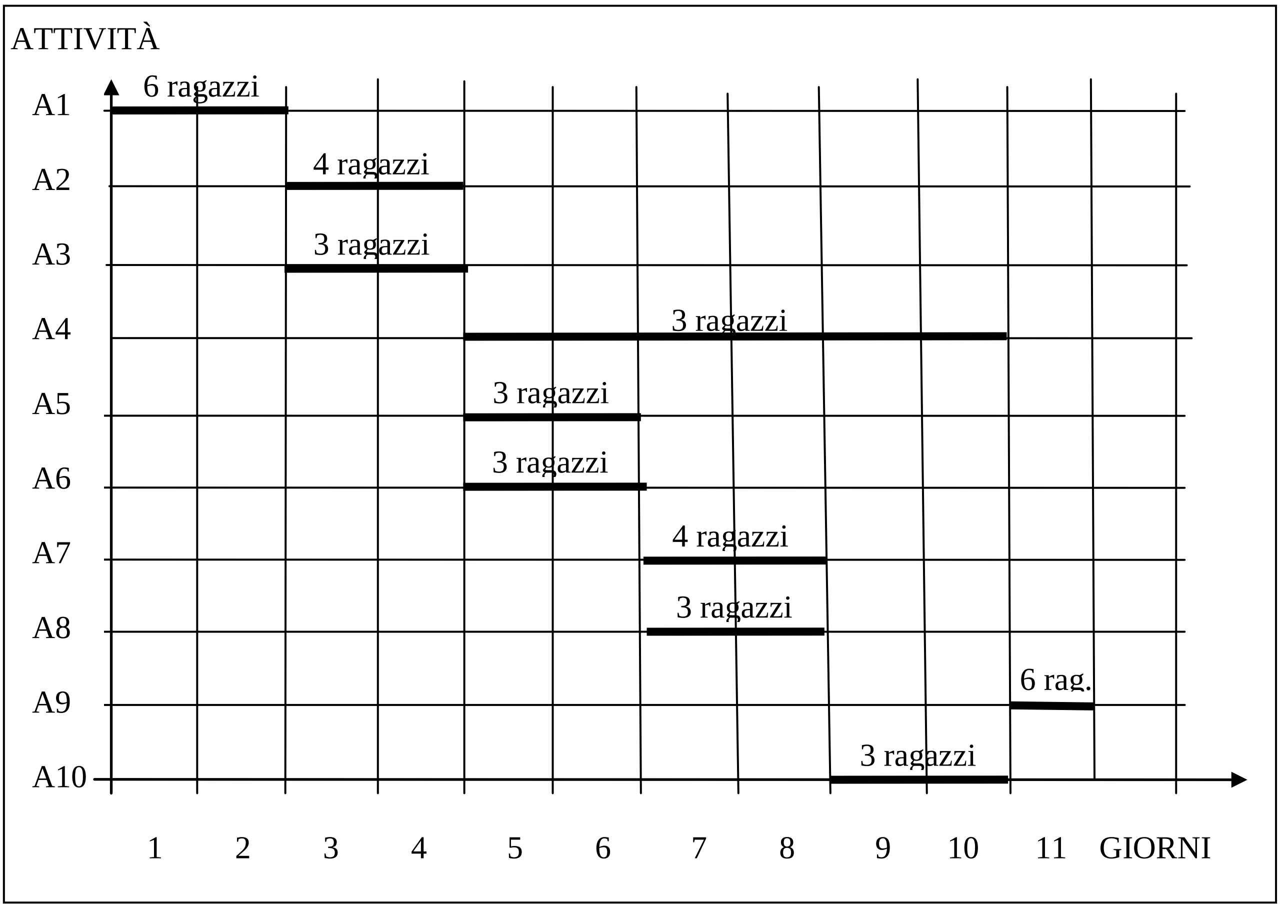
COMMENTI ALLA SOLUZIONE

Per prima cosa, dai dati sulle priorità occorre disegnare il *diagramma delle precedenze*, cioè il grafo che ha come nodi le attività e come frecce le precedenze: indica visivamente come si devono susseguire le attività.



Per costruire tale grafo (mostrato in figura) si disegnano tanti nodi quante sono le attività (ciascun nodo porta il nome della corrispondente attività).
Esiste una attività che compare solo a sinistra nelle coppie che descrivono le priorità: questa è l’attività *iniziale* (in questo caso A1); il nodo corrispondente deve essere disegnato alla sinistra di tutti gli altri.
Esiste una attività che compare solo a destra nelle coppie che descrivono le priorità: questa è l’attività *finale* (in questo caso A9); il nodo corrispondente deve essere disegnato alla destra di tutti gli altri.
Poi per ogni coppia che descrive le priorità si disegna una freccia che connette i nodi coinvolti in quella coppia. Alla fine, in generale, si otterrà un grafo con frecce che si incrociano: tenendo fissi il nodo iniziale e il nodo finale si spostano gli altri nodi per cercare di ottenere un grafo con frecce che non si incrociano (come, appunto, è mostrato in figura).

Poi dal grafo e dalla tabella che descrive le attività, si può compilare il diagramma di Gantt; questo riporta sull’asse verticale le attività (dall’alto verso il basso), sugli assi orizzontali il tempo, in questo caso misurato in giorni. Su ogni asse orizzontale (parallelo a quello dei tempi e in corrispondenza a una attività) è sistemato un segmento che indica l’inizio e la durata della corrispondente attività (e il numero di ragazzi che devono svolgerla).
Così, per esempio, l’attività A1 inizia il giorno 1 e dura due giorni; quando è terminata, il giorno 3 possono iniziare le attività A2 e A3 (che quindi si svolgono parzialmente in parallelo); l’attività A4 può iniziare solamente quando sono terminate sia la A2, sia la A3.



Dal Gantt si vede che il progetto dura 11 giorni e che il numero massimo di ragazzi al lavoro contemporaneamente è 10 (giorni 7, 8): questo è anche il numero minimo di ragazzi per realizzare il progetto così pianificato.

.

ESERCIZIO 8

PROBLEMA

Date le due funzioni tra numeri interi:

$y(x) = 10x \qquad z(x) = \frac{1}{2}(x-1)(x-2)(x-3),$

trovare il valore intero positivo x_0 più piccolo per cui risulta $y(x_0) < z(x_0)$; scrivere tale valore nella tabella seguente.

x_0	

SOLUZIONE

x_0	8

COMMENTO ALLA SOLUZIONE

Poiché le due funzioni sono tra interi e si cerca il valore positivo più piccolo che soddisfa una certa condizione, basta esaminare i valori interi positivi crescenti; la seguente tabella (compilata a partire da 0) serve per capire l'andamento di $y(x)$ e $z(x)$;

x	$y(x)$	$z(x)$
0	0	-3
1	10	0
2	20	0
3	30	0
4	40	3
5	50	12
6	60	30
7	70	60
8	80	105
9	90	168

…

Si vede immediatamente che per $0 < x \leq 7$ la funzione $y(x)$ è maggiore della funzione $z(x)$; nel punto $x = 8$ la situazione si inverte.

ESERCIZIO 9

PROBLEMA
Si consideri la seguente procedura.

```
procedure PRIMA;
variables A, B, C, D, N, I, X, Y, Z integer;
input N, A, B, C, D;
X ← 0;
 for I from 1 to N step 1 do
          Y ← A×X;
          Z ← (X-B)×(X-C)×(X-D)/2;
          output X, Y, Z;
          X ← X+1;
endfor;
```

Compreso il significato della procedura, supposto che i valori di input per N, A, B, C, D (rispettivamente) siano i seguenti:

9, 10, 1, 2, 3

scrivere nella tabella sotto riportata il valore massimo calcolato dalla procedura per ciascuna delle tre variabili X, Y, Z.

X	
Y	
Z	

SOLUZIONE

X	8
Y	80
Z	105

COMMENTO ALLA SOLUZIONE
Per il significato della procedura si veda il problema precedente. È immediato che l'output prodotto dalla procedura è il seguente (supponendo che ogni output inizi su una nuova riga e ogni valore sia seguito da uno spazio)

```
0  0  -3
1  10  0
2  20  0
3  30  0
4  40  3
5  50  12
6  60  30
7  70  60
8  80  105
```

Si noti che il valore massimo *calcolato* per X è maggiore del massimo in output.

ESERCIZIO 10

PROBLEMA
Si consideri la seguente procedura:

```
procedure SECONDA;
variables A, M, J, K integer;
for J = 1 to 3 step 1 do
        input A;
        M ← 0;
        for K = 1 to 9 step 1 do
                M ← (1+M)×A-M;
        endfor;
        output M;
endfor;
endprocedure;
```

Compreso il significato della procedura, supponendo che i valori di input per la variabile A siano:

3, 5, 4

trovare i valori prodotti in output.

Primo valore di output	
Secondo valore di output	
Terzo valore di output	

SOLUZIONE

Primo valore di output	1533
Secondo valore di output	436905
Terzo valore di output	39364

COMMENTI ALLA SOLUZIONE
Occorre eseguire i calcoli specificati dalla procedura; per fare ciò manualmente si può utilizzare una tabella come la seguente, che è stata compilata con il valore 3 per A.

ripetizione del ciclo “for”	valore di M prima	valore di (1+M) ×A-M	valore di M dopo
1	0	(1+0)×3-0 = 3	3
2	3	(1+3)×3-3 = 9	9
3	9	(1+9)×3-9 = 21	21
4	21	(1+21)×3-21 = 45	45
5	45	(1+45)×3-45 = 93	93
6	93	(1+93)×3-93 = 189	189
7	189	(1+189)×3-189 = 381	381
8	381	(1+381)×3-381 = 765	765
9	765	(1+765)×3-765 = 1533	1533

Prospetti analoghi si ottengono negli altri casi.
Naturalmente si può scrivere un programma per ottenere i risultati richiesti.

ESERCIZIO 11

PROBLEMA

Luke lived 60 miles from school. He traveled at an average speed of 45 miles per hour and arrived at school 15 minutes after the 8:00 starting time. What time did Luke leave his home? Put your answer in the box below.

N.B. Write the hour of the day in the form (h)h:mm that is 0:00 or 8:10 or 22:01.

SOLUZIONE

6:55

COMMENTI ALLA SOLUZIONE

A percorrere 60 miglia, Luke impiega 60/45 di ora, cioè un’ora e un terzo, ovvero un’ora e 20 minuti. Poiché è arrivato a scuola alle 8 e 15, è partito da casa alle 6 e 55.

ESERCIZIO 12

PROBLEMA
Nancy, Alice, Mary and Jane are sisters who inherited money from an uncle. Alice received 1/5 of the money while Mary received 1/2 of the money. Jane received 1/4 and Nancy was given the rest. If Nancy received $1750, how much money did all four sisters inherit? Enter the amount in the box below, preceded by a $; if the amount has more than four digits, put a comma before the last three: e.g. $1750 but $17,500 or $175,000.

SOLUZIONE
$35,000

COMMENTI ALLA SOLUZIONE
Alice ha ricevuto un quinto, Mary un mezzo e Jane un quarto del totale: ciò equivale rispettivamente (esprimendo tutte le frazioni col minimo comune denominatore) a 4/20, 10/20 e 5/20; quindi Nancy ha ricevuto un ventesimo della somma totale.