Correzione esercizi (non corretti in classe)

$[\ \ln(x+4)\ ]^2 - \ln(x+4)^7 + \ln e^{10} = 0$ campo di esistenza x > - 4

$[\ \ln(x+4)\ ]^2 - 7\cdot\ln(x+4) + 10 = 0$

Poniamo $t = \ln(x+4)$

Sostituendo otteniamo un'equazione di 2° grado in t $t^2 - 7\cdot t + 10 = 0$

Le soluzioni sono $t_1 = 2 \quad e \quad t_2 = 5$

Quindi $\ln(x+4) = 2$ *da cui* $x+4 = e^2 \quad \rightarrow \quad x = e^2 - 4$ (accettabile)

$\ln(x+4) = 5$ *da cui* $x+4 = e^5 \quad \rightarrow \quad x = e^5 - 4$ (accettabile)

$\frac{1}{x}\ln 2 - \ln[\ \log_2 16\ ] = 0$

$\ln 2^{\frac{1}{x}} - \ln 4 = 0 \quad \rightarrow \ln 2^{\frac{1}{x}} = \ln 4 \quad \rightarrow \quad 2^{\frac{1}{x}} = 2^2 \quad \rightarrow \quad \frac{1}{x} = 2 \quad \rightarrow \quad x = \frac{1}{2}$

----

dimostrare le seguenti relazioni

Prop 1 : $\log_{a^2} b = \frac{1}{2}\log_a b$

Dimostrazione : Parto dal termine di sinistra e utilizzo la formula del cambiamento di base

$$\log_{a^2} b = \frac{\log_a b}{\log_a a^2} \quad \rightarrow = \frac{\log_a b}{2} = \frac{1}{2}\log_a b$$

In generale

$$\log_{a^n} b = \frac{\log_a b}{\log_a a^n} \quad \rightarrow = \frac{\log_a b}{n} = \frac{1}{n}\log_a b \quad (\textit{fine dimostrazione})$$

Prop 2 : $\log_a b \cdot \log_b a = 1$

Dimostrazione : Parto da $\log_a b$ e lo trasformo in un logaritmo in base b

$\log_a b = \dfrac{\log_b b}{\log_b a} \rightarrow \log_a b = \dfrac{1}{\log_b a} \rightarrow \log_a b \cdot \log_b a = 1$ (*fine dimostrazione*)

Prop 3 : $\ln e^{\sqrt{e}} \cdot e^{\ln e} = \dfrac{\sqrt{e^5}}{e}$

Dimostrazione

Calcolo il termine di sinistra $\sqrt{e} \ln e \cdot e = \sqrt{e} \cdot e = e^{\frac{1}{2}} \cdot e = e^{\frac{3}{2}}$ (notare : per definizione di logaritmo $a^{\log_a z} = z$)

Calcolo il termine di destra $\dfrac{\sqrt{e^5}}{e} = \dfrac{e^{\frac{5}{2}}}{e} = e^{\frac{5}{2} - 1} = e^{\frac{3}{2}}$

Poiché entrambi i termini valgono $e^{\frac{3}{2}}$ *sono uguali e vale l'uguaglianza* (*fine dimostrazione*)

NUOVI ESERCIZI (correzione giovedì 19 oppure a richiesta all'indirizzo cattodi54@gmail.com i risultati)

1) Determinare x per cui valga l'uguaglianza $\log_{\log_2 x} 4 = 1$

2) Calcolare $\log_{3b^2} 81 b^6 =$

3) Chiamo AMBRA una progressione geometrica il cui primo termine è A e la ragione è B

Dimostrare che se POLDO è l'insieme dei logaritmi dei termini 1 , 2 ,3 .....n di AMBRA

POLDO è una progressione aritmetica .

Chi è il primo termine di POLDO? E la ragione di POLDO?
Se AGOSTINA è la somma dei primi 1000 termini di POLDO quanto vale ?
Conoscendo il valore di AGOSTINA è possibile calcolare il prodotto dei primi 1000 termini di AMBRA ?

A giovedì con nuovi emozionanti esercizi . Prof Catto.