d_ Circonferenze (non sempre i cerchi sono curvi)

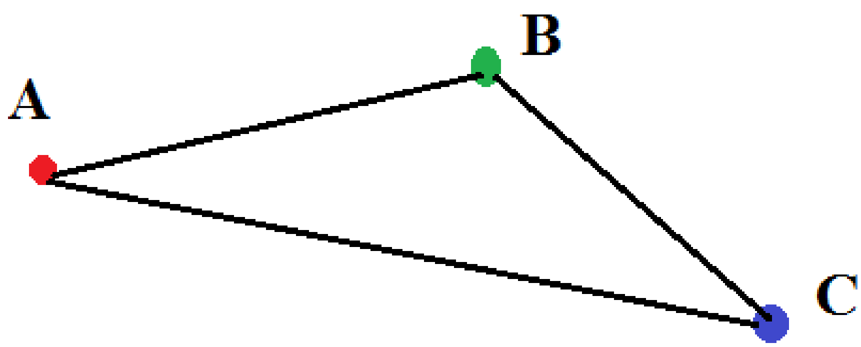
Nel piano cartesiano prendiamo due punti $A(xa\,,ya)$ e $B(xb\,,yb)$

Una distanza d(A,B) è una regola matematica che costruisce un numero positivo (d(A,B) >0 SE $A \neq B$) utilizzando le coordinate di A e B.

La distanza è zero se e solo se i due punti coincidono d(A,A)=0

Come regola una distanza deve essere simmetrica d(A,B)= d(B,A) ; scambiando i punti il risultato non cambia

Infine deve rispettare la disuguaglianza triangolare



$$\mathbf{d(\,A,\,C) \leq d(A,B) + d(B,C)}$$

<u>Distanze più usate.</u>

distanza Euclidea $dE(xa, xb, ya, yb) := \sqrt{(xa-xb)^2 + (ya-yb)^2}$

taxi distanza $dT(xa, xb, ya, yb) := |xa-xb| + |ya-yb|$

distanza infinita $dINF(xa, xb, ya, yb) := \max(|xa-xb|\ ,\ |ya-yb|)$

Scelto un punto C(α , β) (centro) e un numero positivo r (raggio)

una circonferenza è l'insieme dei punti $P(\,x, y)$ che obbediscono alla regola $d(P, C) = r$ (1)

(punti tutti a uguale distanza r dal punto fisso C)

Applicando alla (1) le tre distanze ci aspettiamo "tre grafici diversi"
che dovremmo comunque chiamare circonferenze

$with(plots):$

$dE(xa, xb, ya, yb) := ((xa - xb)^2 + (ya - yb)^2)^{0.5}$

$$(xa, xb, ya, yb) \rightarrow ((xa - xb)^2 + (ya - yb)^2)^{0.5} \quad \textbf{(1)}$$

$dT(xa, xb, ya, yb) := \mathrm{abs}(xa - xb) + \mathrm{abs}(ya - yb)$

$$(xa, xb, ya, yb) \rightarrow |xa - xb| + |ya - yb| \quad \textbf{(2)}$$

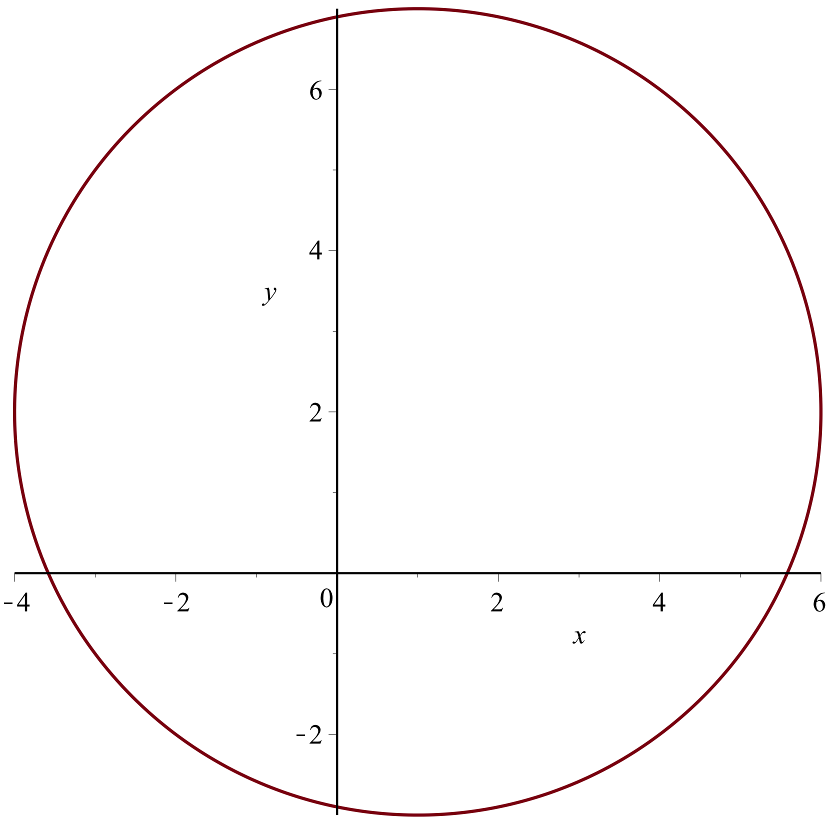
$dINF(xa, xb, ya, yb) := \max(\mathrm{abs}(xa - xb), \mathrm{abs}(ya - yb))$

$$(xa, xb, ya, yb) \rightarrow \max(|xa - xb|, |ya - yb|) \quad \textbf{(3)}$$

$crcE(\alpha, \beta, r) := (dE(x, \alpha, y, \beta))^2 - r^2$

$$(\alpha, \beta, r) \rightarrow dE(x, \alpha, y, \beta)^2 - r^2 \quad \textbf{(4)}$$

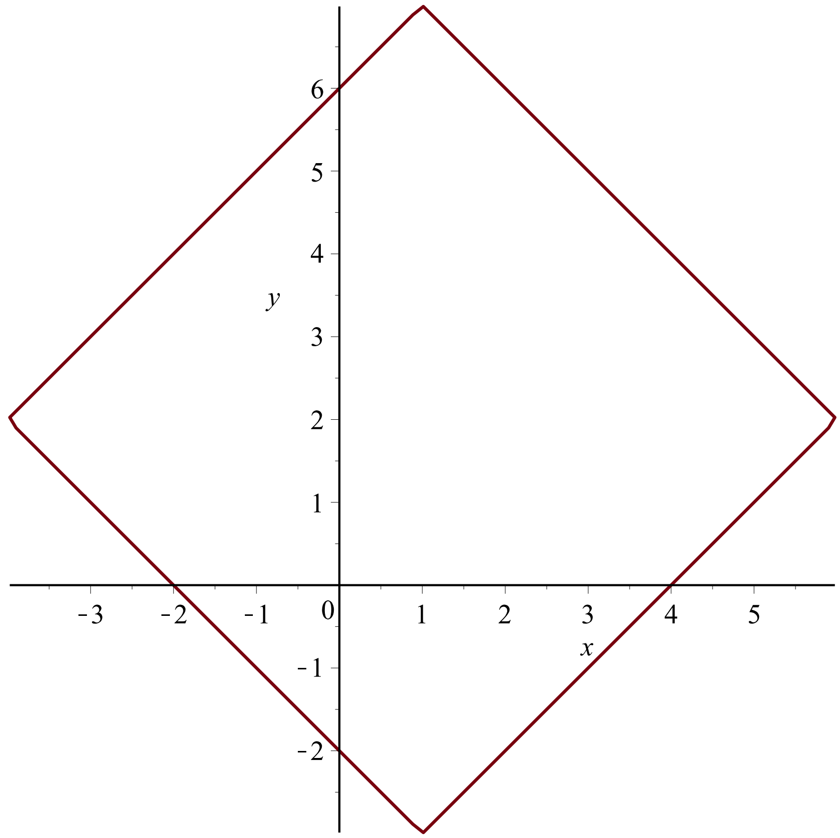
$implicitplot(crcE(1, 2, 5), x = -10..10, y = -10..10, numpoints = 100000)$



$crcT(\alpha, \beta, r) := (dT(x, \alpha, y, \beta)) - r$

$$(\alpha, \beta, r) \rightarrow dT(x, \alpha, y, \beta) - r \tag{5}$$

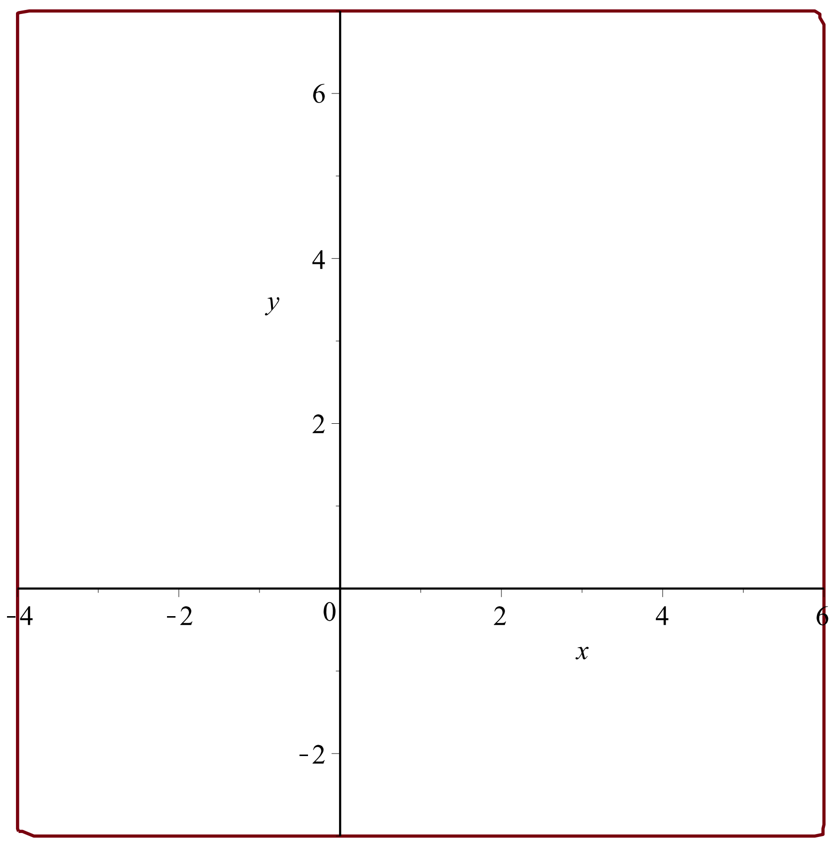
$implicitplot(\ crcT(1, 2, 5) = 0\ \ , x = -20\ ..20\ , y = -20\ ..20\ , numpoints = 100000)$



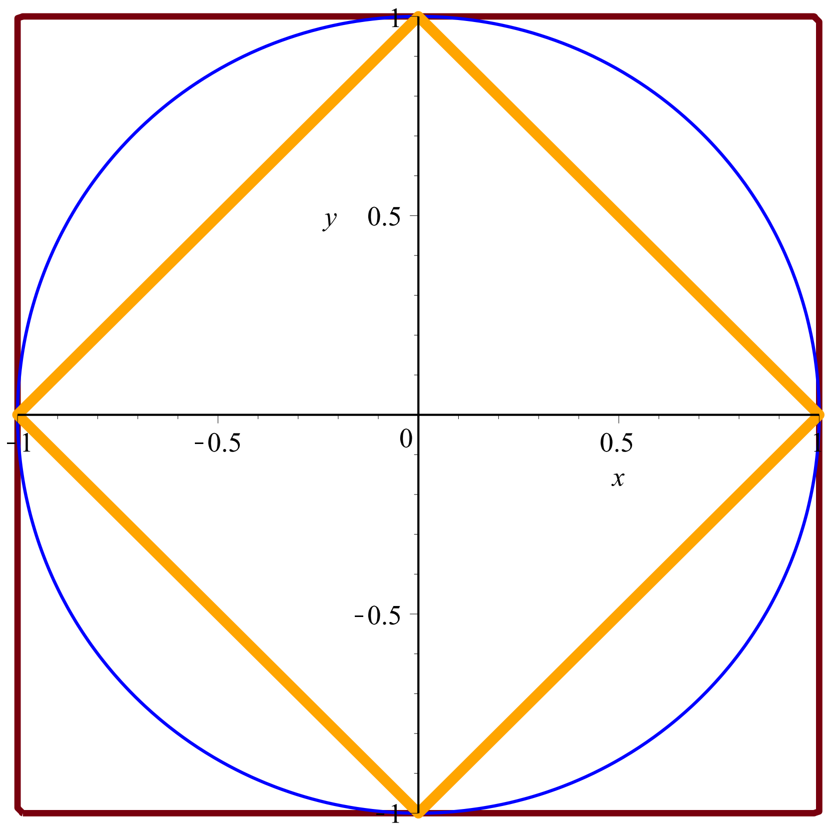
$crcINF(\alpha, \beta, r) := dINF(x, \alpha, y, \beta) - r$

$$(\alpha, \beta, r) \rightarrow dINF(x, \alpha, y, \beta) - r \tag{6}$$

$implicitplot(\ crcINF(1, 2, 5) = 0\ \ , x = -30\ ..30\ , y = -20\ ..20\ , numpoints = 100000)$



implicitplot([*crcINF*(0, 0, 1) = 0 , *crcE*(0, 0, 1), *crcT*(0, 0, 1)] , *x* = −30 ..30 , *y* = −20 ..20 , *numpoints* = 10000000)



<u>Calcolo di π</u>

Per definizione π è il rapporto tra la lunghezza della circonferenza e il suo diametro

Nel caso della distanza euclidea sappiamo che vale 3,14,15....... ma negli altri casi ?

$$\pi_T = \frac{dT((1,0),(0,1)) \cdot 4}{dT((-1,0),(1,0))} = \frac{8}{2} = 4$$

$$\pi_{INF} = \frac{dINF((1,0),(0,1)) \cdot 4}{dINF((-1,0),(1,0))} = \frac{4}{2} = 2$$