1 *Verificare l'identità*: $\operatorname{sen}^3\alpha = \operatorname{tg}\alpha(\cos\alpha - \cos^3\alpha)$.

Osservato che nel primo membro figura soltanto la funzione $\operatorname{sen}\alpha$, per verificare l'identità trasformiamo il secondo membro in modo che in esso figuri soltanto la funzione $\operatorname{sen}\alpha$.

Ricordando che $\operatorname{tg}\alpha = \dfrac{\operatorname{sen}\alpha}{\cos\alpha}$, si ha:

$$\operatorname{tg}\alpha(\cos\alpha - \cos^3\alpha) = \frac{\operatorname{sen}\alpha}{\cos\alpha}(\cos\alpha - \cos^3\alpha) = \operatorname{sen}\alpha(1-\cos^2\alpha) = \operatorname{sen}^3\alpha.$$

2 *Verificare l'identità*: $\dfrac{\cos^2\alpha - \operatorname{sen}^2\alpha}{1-\operatorname{tg}\alpha} = (1+\operatorname{tg}\alpha)\cos^2\alpha$.

Esprimiamo i due membri per mezzo di $\operatorname{sen}\alpha$ e $\cos\alpha$. Si ha:

I *membro*:

$$\frac{\cos^2\alpha - \operatorname{sen}^2\alpha}{1-\operatorname{tg}\alpha} = \frac{(\cos\alpha + \operatorname{sen}\alpha)(\cos\alpha - \operatorname{sen}\alpha)}{1 - \dfrac{\operatorname{sen}\alpha}{\cos\alpha}} =$$

$$= \frac{\cos\alpha(\cos\alpha + \operatorname{sen}\alpha)(\cos\alpha - \operatorname{sen}\alpha)}{\cos\alpha - \operatorname{sen}\alpha} = \cos\alpha(\cos\alpha + \operatorname{sen}\alpha);$$

II *membro*: $\quad (1+\operatorname{tg}\alpha)\cos^2\alpha = \left(1 + \dfrac{\operatorname{sen}\alpha}{\cos\alpha}\right)\cos^2\alpha = \dfrac{\cos\alpha + \operatorname{sen}\alpha}{\cos\alpha}\cdot\cos^2\alpha = (\cos\alpha + \operatorname{sen}\alpha)\cos\alpha.$

L'identità è verificata.

3 *Verificare l'identità*: $\dfrac{\operatorname{tg}\alpha + \operatorname{tg}\beta}{\operatorname{ctg}\alpha + \operatorname{ctg}\beta} = \operatorname{tg}\alpha\operatorname{tg}\beta$.

Esprimendo il primo membro per mezzo di $\operatorname{tg}\alpha$ e $\operatorname{tg}\beta$, si ottiene:

$$\frac{\operatorname{tg}\alpha + \operatorname{tg}\beta}{\operatorname{ctg}\alpha + \operatorname{ctg}\beta} = \frac{\operatorname{tg}\alpha + \operatorname{tg}\beta}{\dfrac{1}{\operatorname{tg}\alpha} + \dfrac{1}{\operatorname{tg}\beta}} = \frac{\operatorname{tg}\alpha + \operatorname{tg}\beta}{\dfrac{\operatorname{tg}\alpha + \operatorname{tg}\beta}{\operatorname{tg}\alpha\operatorname{tg}\beta}} = \operatorname{tg}\alpha\operatorname{tg}\beta,$$

e l'identità è verificata.

5 *Riconoscere se l'uguaglianza*: $2\cos^2\alpha - \operatorname{sen}^2\beta = \cos\alpha - 1$, *è una identità*.

Per $\alpha = \dfrac{\pi}{2}$ e $\beta = \dfrac{3}{2}\pi$ i due membri assumono valori uguali, mentre ciò non accade ad esempio per $\alpha = 0$, $\beta = 0$.

L'uguaglianza non è una identità.

6 *Verificare l'identità*: $\dfrac{\cos(\alpha+\beta+\gamma)}{\cos\alpha\cos\beta\cos\gamma} = 1 - \operatorname{tg}\alpha\operatorname{tg}\beta - \operatorname{tg}\beta\operatorname{tg}\gamma - \operatorname{tg}\alpha\operatorname{tg}\gamma$.

Si ha:

$$\frac{\cos(\alpha+\beta+\gamma)}{\cos\alpha\cos\beta\cos\gamma} = \frac{\cos[(\alpha+\beta)+\gamma]}{\cos\alpha\cos\beta\cos\gamma} = \frac{\cos(\alpha+\beta)\cos\gamma - \operatorname{sen}(\alpha+\beta)\operatorname{sen}\gamma}{\cos\alpha\cos\beta\cos\gamma} =$$

$$= \frac{(\cos\alpha\cos\beta - \operatorname{sen}\alpha\operatorname{sen}\beta)\cos\gamma - (\operatorname{sen}\alpha\cos\beta + \cos\alpha\operatorname{sen}\beta)\operatorname{sen}\gamma}{\cos\alpha\cos\beta\cos\gamma} =$$

$$= \frac{\cos\alpha\cos\beta\cos\gamma - \operatorname{sen}\alpha\operatorname{sen}\beta\cos\gamma - \operatorname{sen}\gamma\operatorname{sen}\alpha\cos\beta - \operatorname{sen}\gamma\cos\alpha\operatorname{sen}\beta}{\cos\alpha\cos\beta\cos\gamma} = 1 - \operatorname{tg}\alpha\operatorname{tg}\beta - \operatorname{tg}\alpha\operatorname{tg}\gamma - \operatorname{tg}\beta\operatorname{tg}\gamma.$$

L'identità è verificata.

7 *Verificare la seguente identità*: $\dfrac{1-\text{sen}2\alpha}{\cos 2\alpha}=\dfrac{1-\text{tg}\alpha}{1+\text{tg}\alpha}$.

Si ha:

$$\frac{1-\text{tg}\alpha}{1+\text{tg}\alpha}=\frac{1-\dfrac{\text{sen}\alpha}{\cos\alpha}}{1+\dfrac{\text{sen}\alpha}{\cos\alpha}}=\frac{\cos\alpha-\text{sen}\alpha}{\cos\alpha+\text{sen}\alpha},$$

e moltiplicando numeratore e denominatore della frazione a ultimo membro per $\cos\alpha-\text{sen}\alpha$, si ottiene:

$$\frac{\cos\alpha-\text{sen}\alpha}{\cos\alpha+\text{sen}\alpha}=\frac{(\cos\alpha-\text{sen}\alpha)(\cos\alpha-\text{sen}\alpha)}{(\cos\alpha+\text{sen}\alpha)(\cos\alpha-\text{sen}\alpha)}=\frac{\cos^2\alpha+\text{sen}^2\alpha-2\,\text{sen}\alpha\cos\alpha}{\cos^2\alpha-\text{sen}^2\alpha}=\frac{1-\text{sen}2\alpha}{\cos 2\alpha}.$$

Quindi è:

$$\frac{1-\text{tg}\alpha}{1+\text{tg}\alpha}=\frac{1-\text{sen}2\alpha}{\cos 2\alpha},$$

e l'identità risulta così verificata.

8 *Verificare le seguenti identità*: $\text{tg}\dfrac{\alpha}{2}=\dfrac{\text{sen}\alpha}{1+\cos\alpha}=\dfrac{1-\cos\alpha}{\text{sen}\alpha}$.

Si ha:

$$\text{tg}\frac{\alpha}{2}=\frac{\text{sen}\dfrac{\alpha}{2}}{\cos\dfrac{\alpha}{2}}=\frac{2\,\text{sen}\dfrac{\alpha}{2}\cos\dfrac{\alpha}{2}}{2\cos^2\dfrac{\alpha}{2}}=\frac{\text{sen}\alpha}{1+\cos\alpha},\qquad \text{tg}\frac{\alpha}{2}=\frac{\text{sen}\dfrac{\alpha}{2}}{\cos\dfrac{\alpha}{2}}=\frac{2\,\text{sen}^2\dfrac{\alpha}{2}}{2\,\text{sen}\dfrac{\alpha}{2}\cos\dfrac{\alpha}{2}}=\frac{1-\cos\alpha}{\text{sen}\alpha}.$$

Le identità sono verificate.