

1. Risolvere la disequazione $\text{sen } x > \frac{1}{2}$.

Costruiamo i grafici delle funzioni $y = \text{sen } x$ e $y = \frac{1}{2}$ (fig. 12.1).

La disequazione è soddisfatta da tutti i valori della x per i quali il primo grafico è «al di sopra» del secondo.

Poiché il periodo della funzione $y = \text{sen } x$ è 2π , è sufficiente risolvere la disequazione proposta in un intervallo di lunghezza 2π ; è facile vedere che l'intervallo più conveniente è $[0, 2\pi]$.

Dal grafico risulta: $\frac{\pi}{6} < x < \frac{5\pi}{6}$. Pertanto, la soluzione completa è:

$$\frac{\pi}{6} + 2k\pi < x < \frac{5\pi}{6} + 2k\pi, \quad (k \in \mathbb{Z}).$$

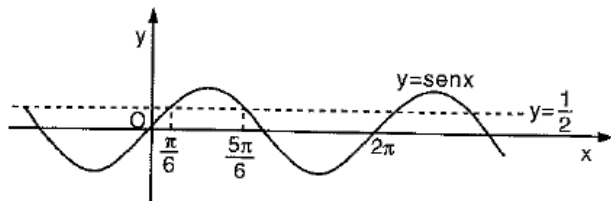


Figura 12.1

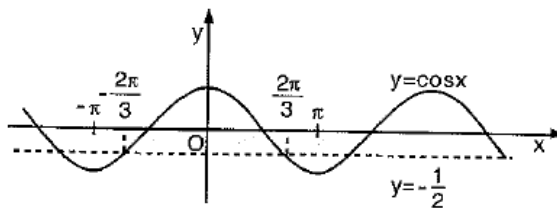


Figura 12.2

2. Risolvere la disequazione: $\text{cos } x \geq -\frac{1}{2}$.

Costruiamo i grafici delle funzioni $y = \text{cos } x$ e $y = -\frac{1}{2}$ (fig. 12.2).

Il periodo della funzione $y = \text{cos } x$ è 2π e quindi è sufficiente risolvere la disequazione proposta in un intervallo di lunghezza 2π .

Nell'intervallo $[0, 2\pi]$ la soluzione della disequazione proposta consiste di «due pezzi»; pertanto è più conveniente (anche se non strettamente necessario) risolvere la disequazione nell'intervallo $[-\pi, \pi]$.

In tale intervallo si ha: $-\frac{2\pi}{3} \leq x \leq \frac{2\pi}{3}$ e quindi la soluzione completa è:

$$-\frac{2\pi}{3} + 2k\pi \leq x \leq \frac{2\pi}{3} + 2k\pi, \quad (k \in \mathbb{Z}).$$

3. Risolvere la disequazione: $\text{tg } x < \frac{\sqrt{3}}{3}$.

Nell'intervallo $[0, \pi]$, con $x \neq \frac{\pi}{2}$, si ha (fig. 12.3):

$$0 \leq x < \frac{\pi}{6}; \quad \frac{\pi}{2} < x \leq \pi.$$

Pertanto la soluzione completa è:

$$k\pi \leq x < \frac{\pi}{6} + k\pi; \quad \frac{\pi}{2} + k\pi < x \leq (k+1)\pi, \quad (k \in \mathbb{Z}).$$

