Funzioni goniometriche inverse

Arcsen x e Arccos x

Le funzione seno e coseno per come sono definite non sono invertibili

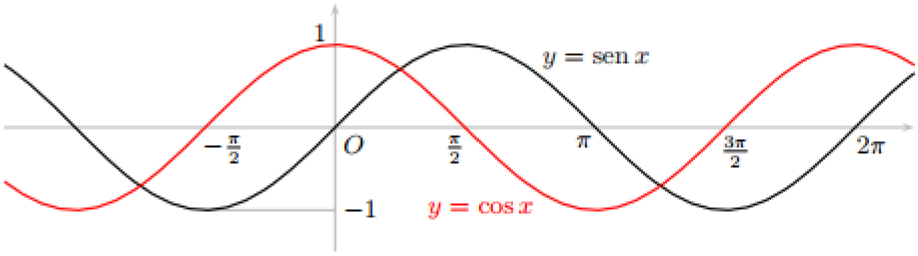
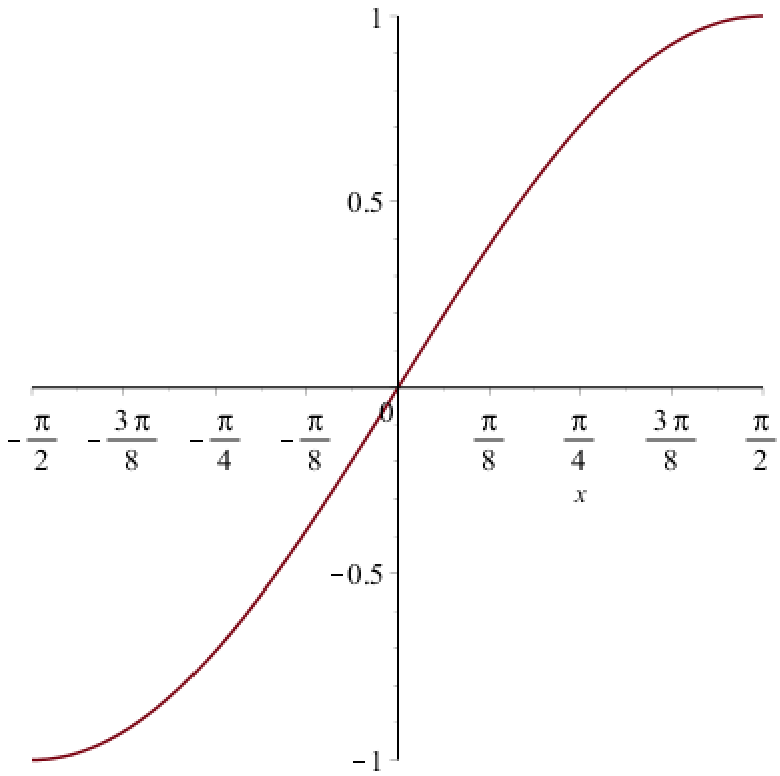


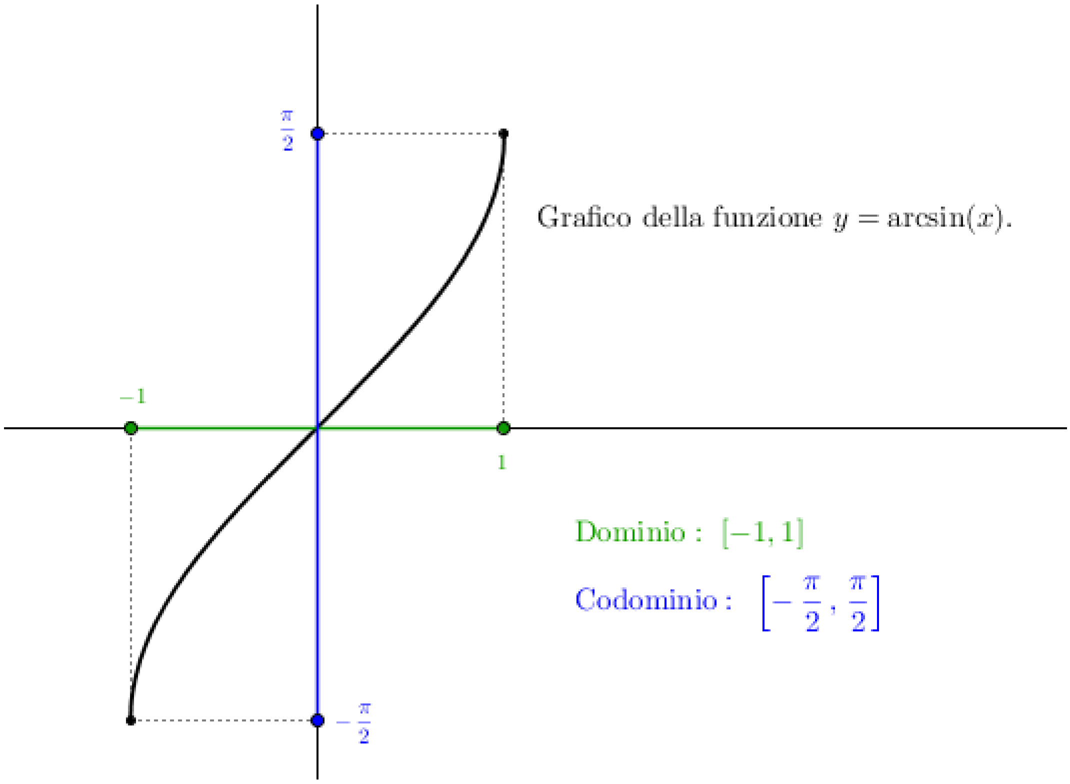
Fig. 1.1. Grafici del seno e del coseno.

Si sceglie di restringere la funzione sen x all'intervallo $\left[-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2}\right]$ per cui

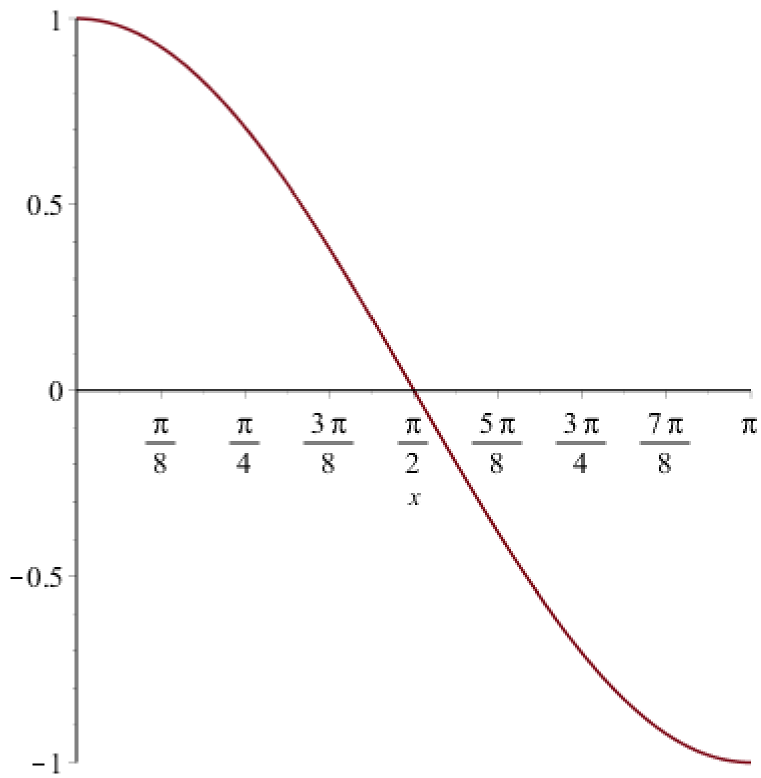
y = sen x con $x \in \left[-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2}\right]$ e $y \in [-1, 1]$



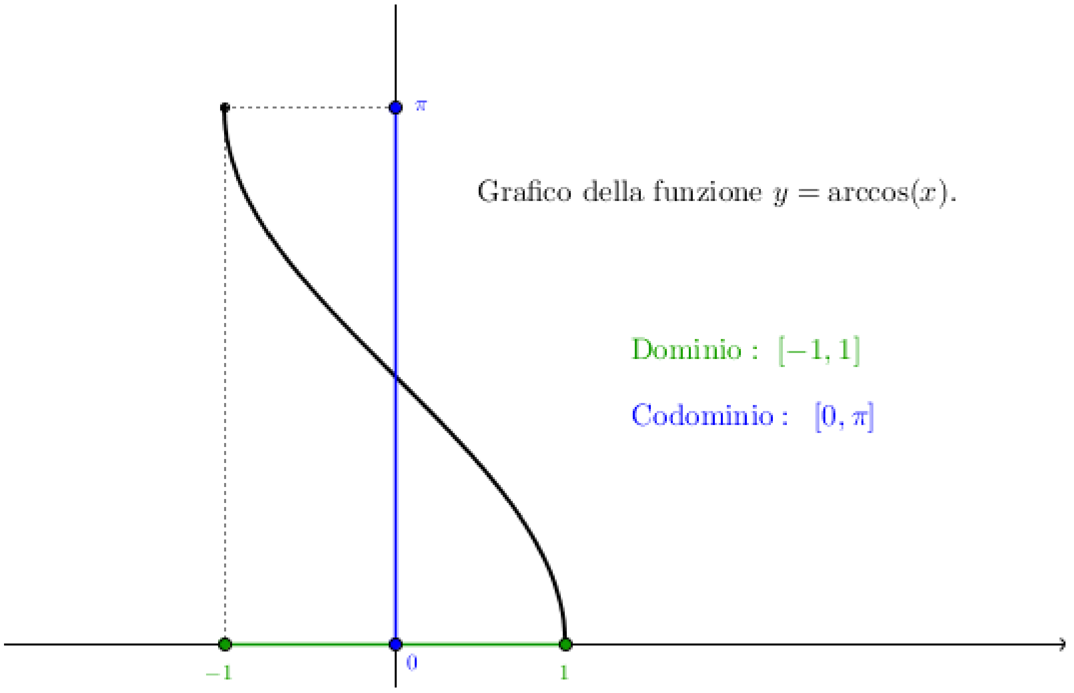
La sua inversa è la funzione y= arcsen x con $x \in [-1\ ,\ 1]$ e $y \in \left[-\frac{\pi}{2}\ ,\ \frac{\pi}{2}\right]$



Per l'inversa della funzione cos x ci si limita all'intervallo $[0\ ,\ \pi]$



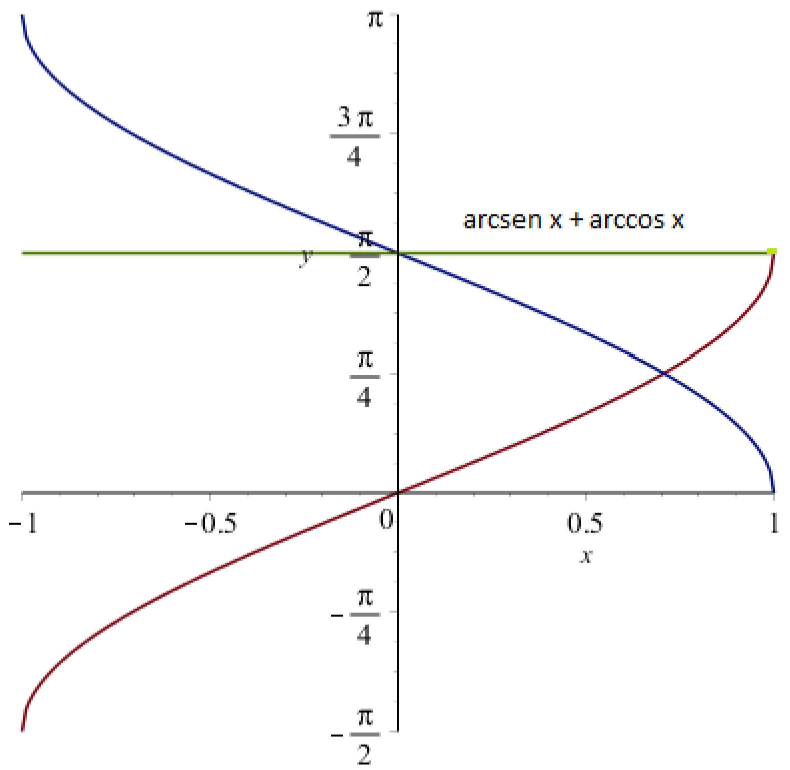
La sua inversa è la funzione y= arccos x con $x \in [-1\ ,\ 1]$ e $y \in [0\ ,\ \pi]$



Identità importanti

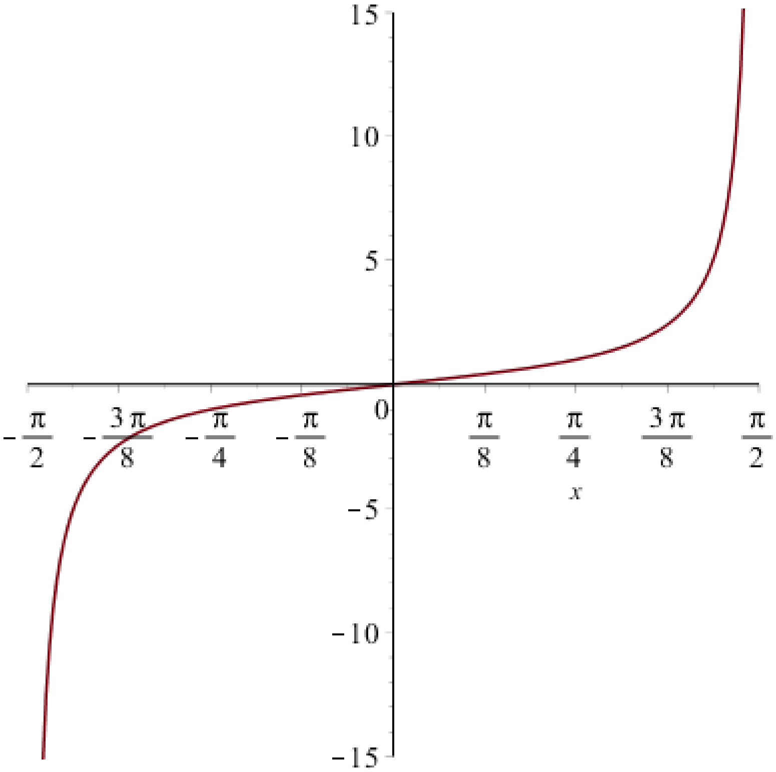
$$arcsen\ (\ sen\ x\ ) = \ x \qquad arccos\ (\ cos\ x\ ) = \ x \qquad arctg\ x\ (\ tgx\ ) = \ x$$

$$arcsen\ x + \arccos x = \frac{\pi}{2}$$

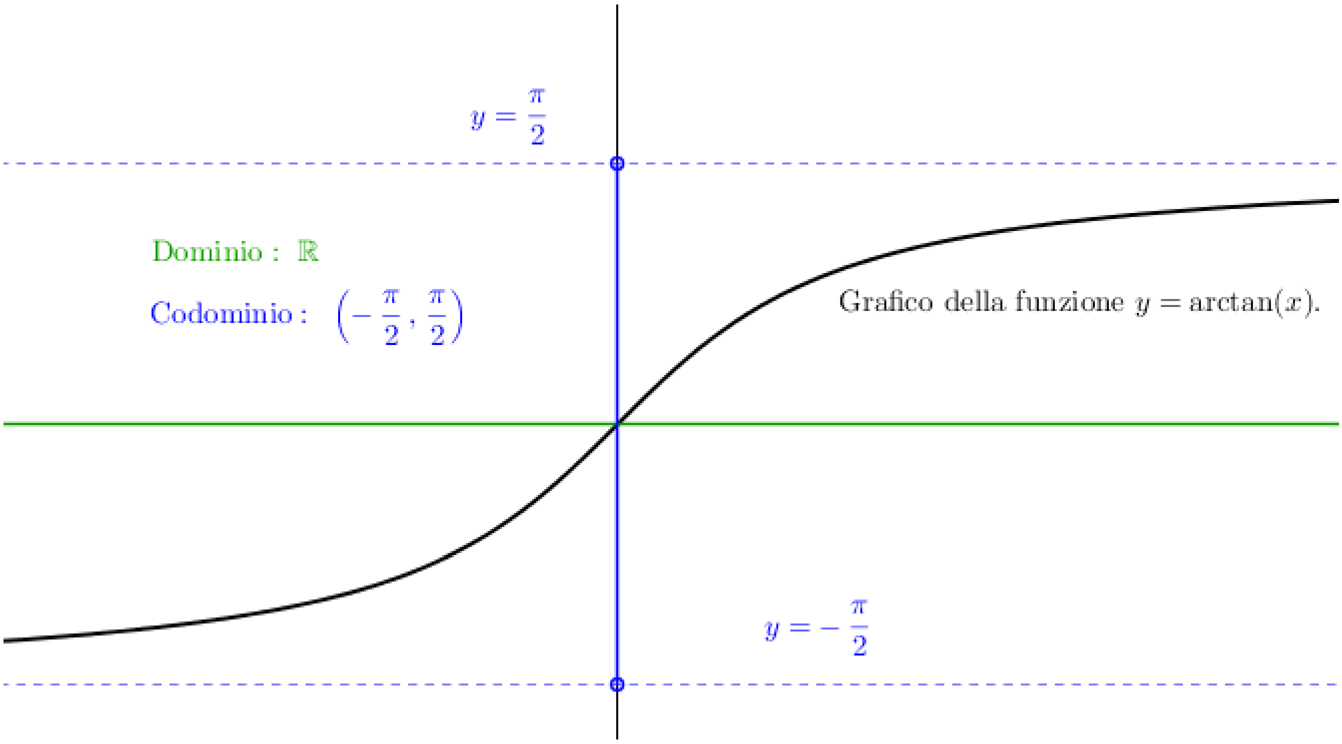


Arctg x

In questo caso si restringe la funzione y = tg x all'intervallo $\left[-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2}\right]$



La sua inversa è arctg x con $x \in R$ e $y \in \left[-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2}\right]$



Formula per determinare le cifre di π a partire dallo sviluppo in serie dell'arcotangente .

Sviluppo di Taylor (con centro in $x_0 = 0$):

$$\arctan(x) = x - \frac{x^3}{3} + \frac{x^5}{5} - \frac{x^7}{7} + \frac{x^9}{9} + o(x^9) \text{ per } |x|<1$$

Se poniamo $x = 1$ $abbiamo$ $arctg(1) = \frac{\pi}{4}$

$$\frac{\pi}{4} = 1 - \frac{1}{3} + \frac{1}{5} - \frac{1}{7} + \frac{1}{9} - \frac{1}{11} + \cdots \ldots$$