La Sezione Aurea

Giorgio Monti

Corso di Teorie e Tecniche Costruttive
nel loro Sviluppo Storico

Contenti

- Introduzione storica
- Il numero aureo
- La sezione aurea nella storia dell’architettura

Introduzione storica

- La storia della sezione aurea è antica di tre millenni
- La sezione aurea, in matematica e in arte, è una proporzione geometrica basata su di un rapporto specifico
  - La parte maggiore sta alla minore come l'intera sta alla parte maggiore.

Introduzione storica

- Questo numero, o questa proporzione geometrica, è definita anche
  - proporzione aurea
  - numero aureo
  - rapporto aureo
  - sezione aurea
  - divina proporzione
- Sembra rappresentare lo standard di riferimento per la perfezione, la grazia e l'armonia, sia in architettura, scultura e pittura, sia nella stessa Natura.

La Sezione Aurea in Natura

La Sezione Aurea in Natura

Uragano "Linda" sorto durante un "el Nino" si sposta verso nord-est nel sett. 1997 colpendo la costa occidentale del Messico. Con venti che soffiano a oltre 300 Km orari, Linda è tra le tempeste più violente mai registrate nell'Oceano Pacifico.
Foto tratta da National Geographic n..3, Marzo 1999, pag.74

Dai Greci a Keplero

- I Greci parlarono di *sezione* del segmento *in media ed estrema ragione*. Questa terminologia originaria fu nel seguito abbreviata nel solo termine *sezione*
- E' di Keplero la famosa frase:
  - "La geometria ha due grandi tesori: uno è il teorema di Pitagora; l'altro è la sezione aurea di un segmento. Il primo lo possiamo paragonare ad un oggetto d'oro; il secondo lo possiamo definire un prezioso gioiello.

La Sezione Aurea nella Grecia Classica

- Il concetto di ‘proporzione’ nacque nel contesto della dottrina matematica, introdotta in Grecia da Pitagora di Samo quando, agli albori della filosofia occidentale
- La visione mitologica incontrava l’interpretazione razionale nella ricerca del principio unico e universale all’origine del tutto.

La Sezione Aurea nella Grecia Classica

- Dallo studio delle leggi numeriche che regolavano l'armonia musicale la scuola pitagorica scoprì alcuni principi morfologici di carattere generale
- Questi divennero presto i principi compositivi di ogni tipo di arte, sopra tutte quella che si occupava della costruzione degli edifici sacri.

La Sezione Aurea nella Grecia Classica

- Gli antichi architetti dovevano realizzare:
  - La Simmetria ("accordo delle misure") mediante il ripetersi di certi rapporti proporzionali privilegiati
  - L'Eurytmia ("armonia") tra le lunghezze, le superfici e i volumi dell'edificio, sia nella sua interezza sia nelle sue singole parti.

La Sezione Aurea nella Grecia Classica

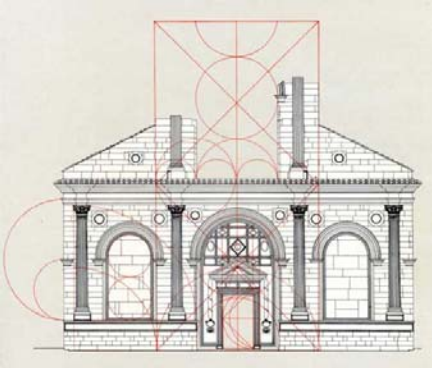
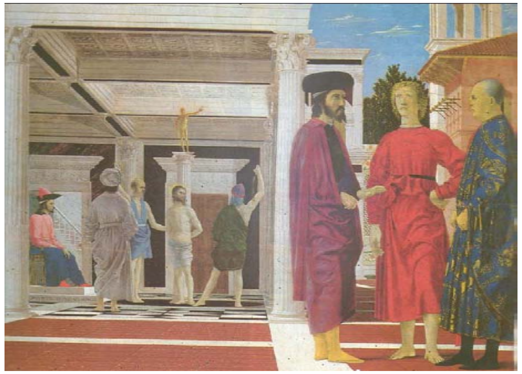
- Le tecnica compositiva era quella dei tracciati regolatori, delle raffinate costruzioni geometriche
- Queste partivano da una forma iniziale, il quadrato, per individuare, con semplici proiezioni e ribaltamenti, tutte le linee principali dell'edificio, nella pianta e negli alzati.

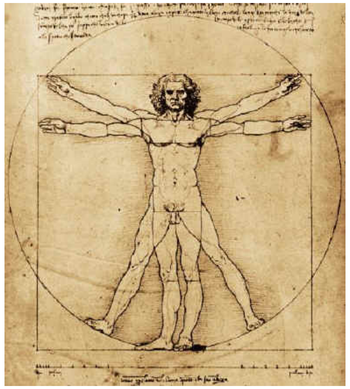
La Sezione Aurea nella Grecia Classica

- Gli architetti e gli artisti greci facevano grande uso dei rettangoli aurei
  - Se da un rettangolo aureo si taglia poi un quadrato, anche il rettangolo che rimane è un rettangolo aureo
- Questi rettangoli aurei erano usati per disegnare la pianta del pavimento e della facciata dei templi
  - Ad esempio il Partenone.

La Sezione Aurea nel Rinascimento

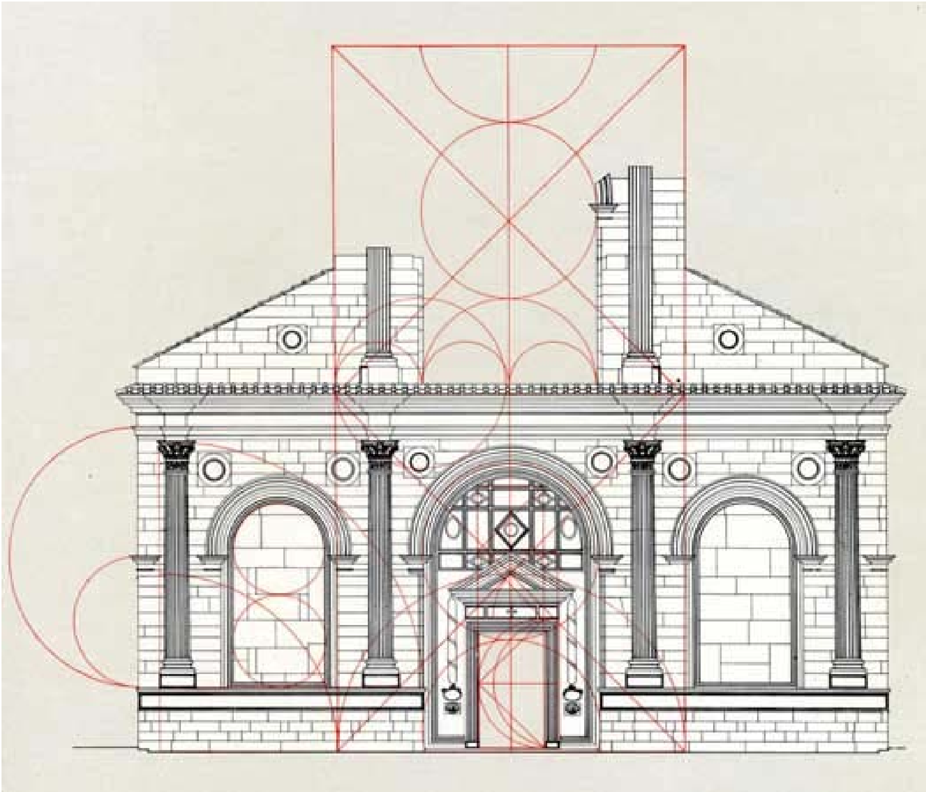
- La sezione aurea suscitò grande interesse tra artisti e matematici del rinascimento, tra cui:
  - Leon Battista Alberti (1404-1472)
  - Piero della Francesca (1416-1492)
  - Luca Pacioli (1445-1517)
  - Leonardo da Vinci (1452-1519).



La Sezione Aurea nel Rinascimento

- L'Alberti non parla mai nei suoi trattati del tipo di proporzionamento utilizzato, quasi volesse tenere segreto il metodo con cui riusciva ad ottenere quell'armonioso equilibrio.
- Indagini effettuate con diagrammi e rigorose riproduzioni hanno messo in evidenza che questa sia la regola che domina la connessione di tutte le parti di molte sue costruzioni.



Il tempio Malatestiano a Rimini dell'Alberti

La Sezione Aurea nel Rinascimento

- Per tutti gli artisti rappresentò un canone di bellezza cui ispirasi per ogni composizione artistica dall'architettura alla scultura, alla pittura
- Più di tutti contribuì a questa concezione l'opera di Luca Pacioli, "*La Divina Proportione*", stampata e diffusa in tutta Europa, incentrata proprio sulla proporzione come chiave universale per penetrare i segreti della bellezza ma anche della natura.
  - Tra tutte le possibili proporzioni, quella aurea sembra essere la vera ispiratrice della bellezza, quindi del creato, quindi del Suo creatore, quindi Divina.

La Sezione Aurea nel Rinascimento

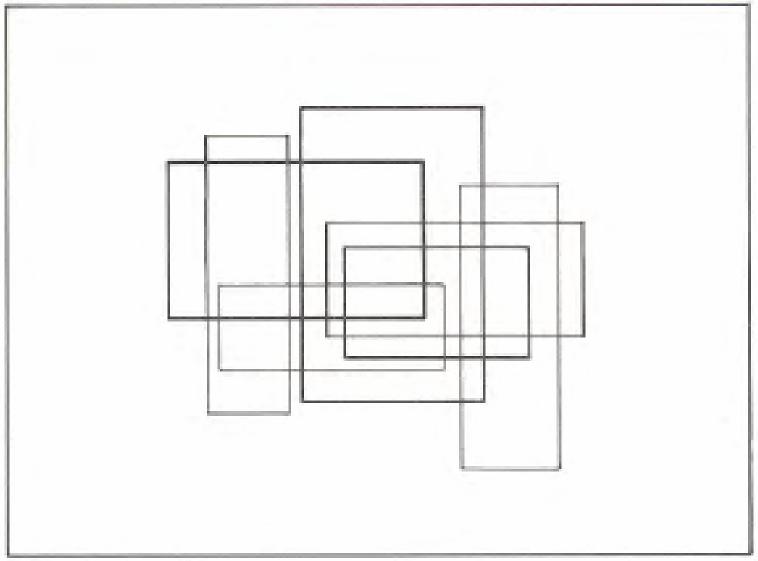
- Il proporzionamento armonico dell’architettura è orientato sull’uso di piccoli numeri interi con i quali organizzare la distribuzione e la disposizione delle varie parti dell’edificio.
- Nel *quadrivium* delle arti (musica, geometria, aritmetica e astronomia) si trova conferma delle leggi che regolano il macrocosmo e il microcosmo rivelate da Pitagora e da Platone.

La Sezione Aurea nel Rinascimento

- Di qui nasce la convinzione che l'architetto non sia in nessun modo libero di applicare all'edificio uno schema casuale di rapporti
- Tali rapporti devono invece conciliarsi con un sistema di ordine superiore, le proporzioni devono esprimere l'ordine cosmico
- La musica diviene mezzo privilegiato per innalzare l'architettonica al livello delle arti del *quadrivium*.

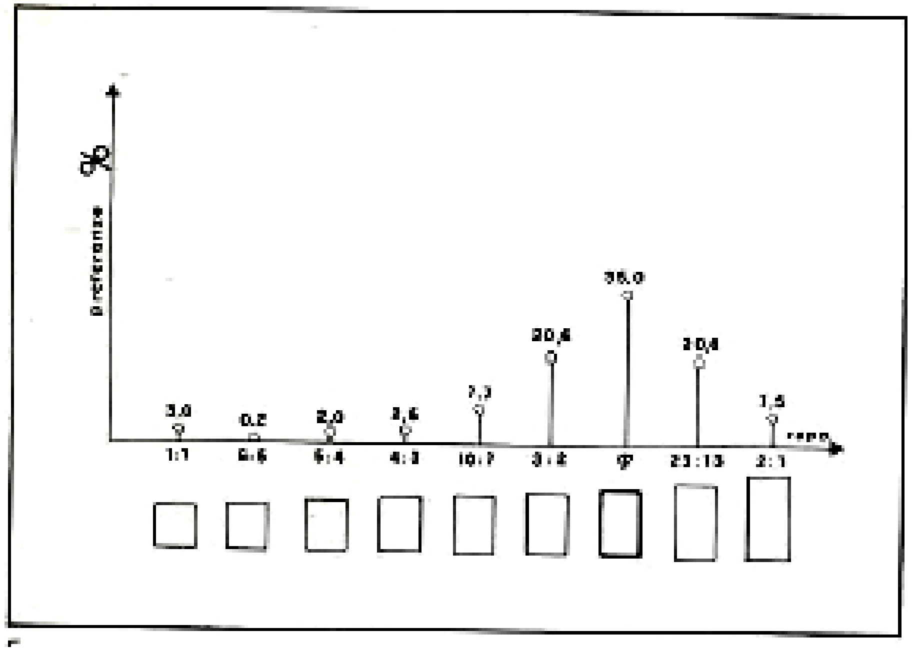
Il valore estetico della sezione aurea

- Nel 1875 lo psicologo tedesco Fechner sottopose a più persone un insieme di rettangoli, chiedendo poi di indicare quale rettangolo avesse destato in loro una maggiore sensazione di armonia.



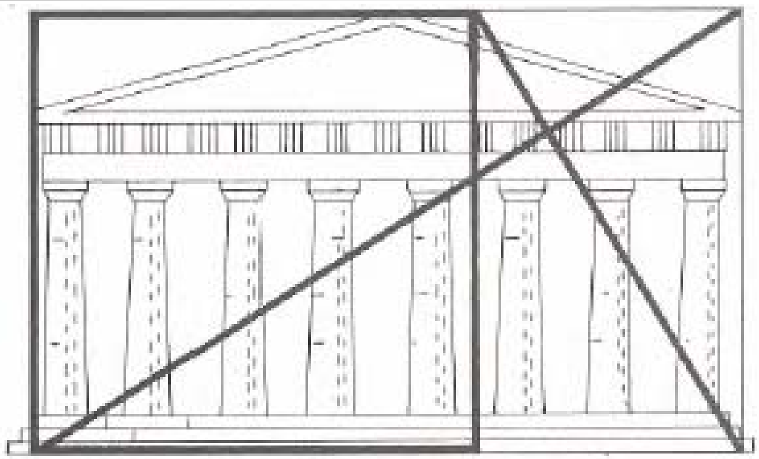
Il valore estetico della sezione aurea

- Questo è il grafico della distribuzione percentuale delle preferenze registrate da Fechner.



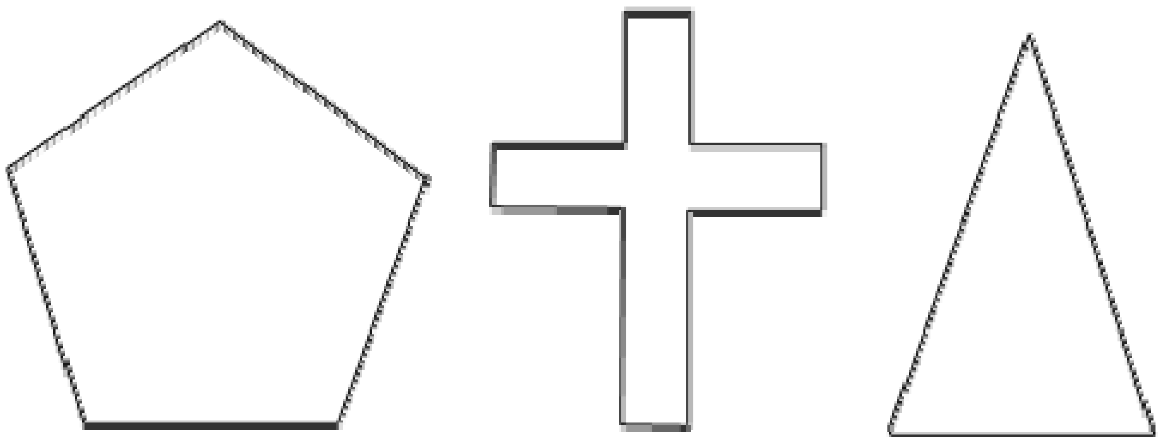
Il valore estetico della sezione aurea

- L'esperienza di Fechner sanzionava un'opinione largamente diffusa tra pittori, architetti e matematici secondo cui dall'osservazione del rettangolo aureo si traesse un senso di equilibrata armonia.



Il valore estetico della sezione aurea

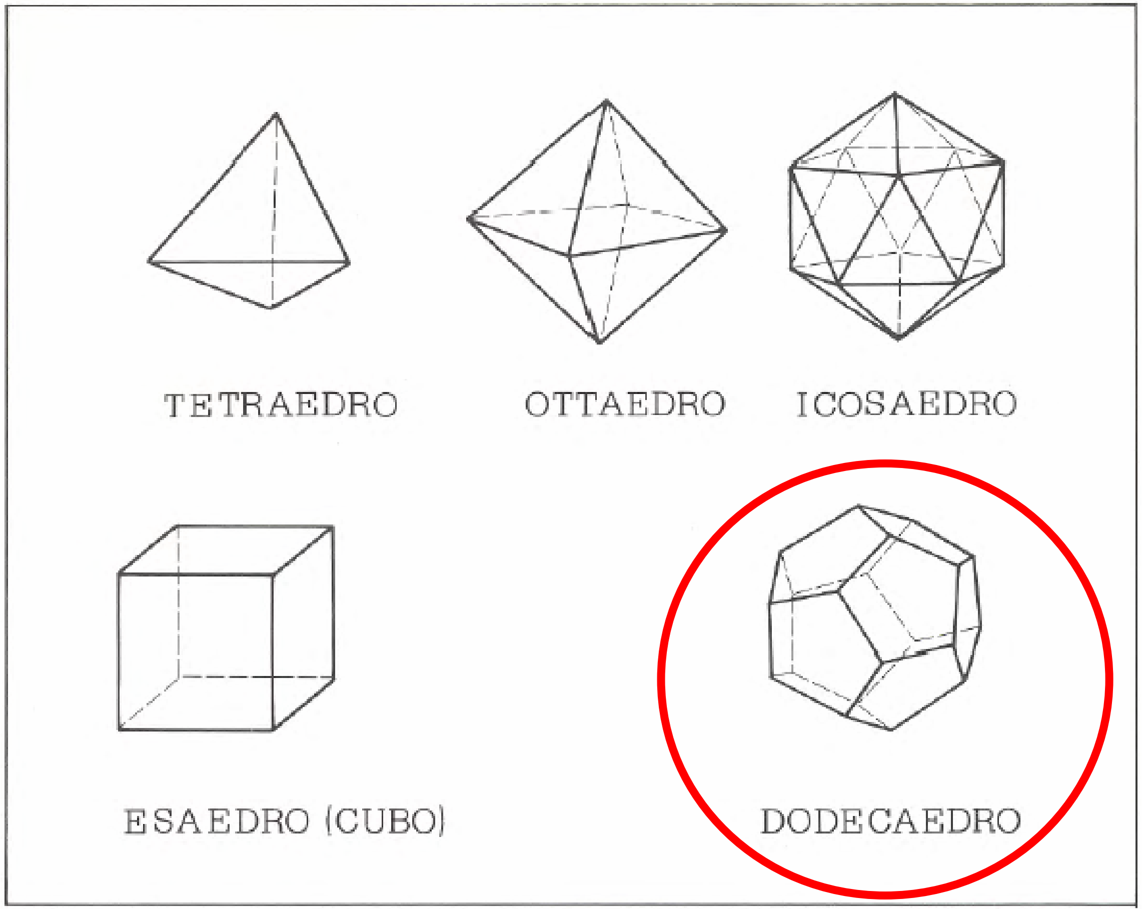
- Peraltro, Fechner studiò anche le proporzioni dei bracci delle croci nei cimiteri tedeschi e rilevò la maggioranza di esse presentavano un rapporto in ragione del numero aureo.



Il valore esoterico della sezione aurea

- Giamblico (IV sec. d.C.) narra del pitagorico Ippaso da Metaponto, morto in mare come *empio* perché colpevole di aver rivelato agli *indegni* il segreto della costruzione della *sfera di dodici pentagoni*.
- Ippaso provocò *l'ira degli dei*, e meritò la sua sorte, anche per aver divulgato la *dottrina degli irrazionali e degli incommensurabili*.

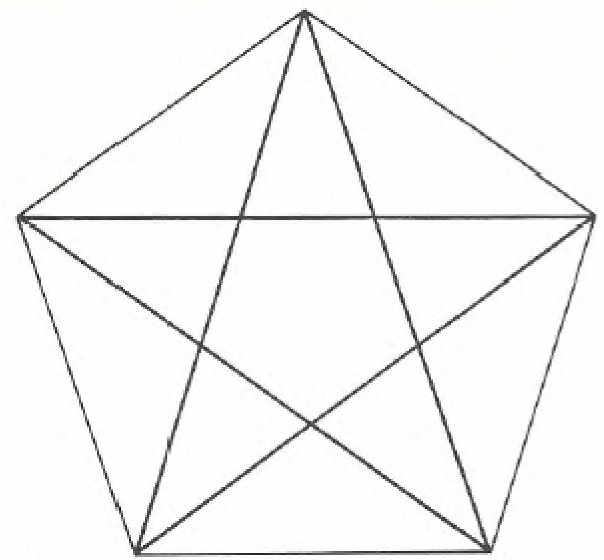
Il valore esoterico della sezione aurea



- La sfera di dodici pentagoni è il dodecaedro, cioè uno dei cinque poliedri regolari.

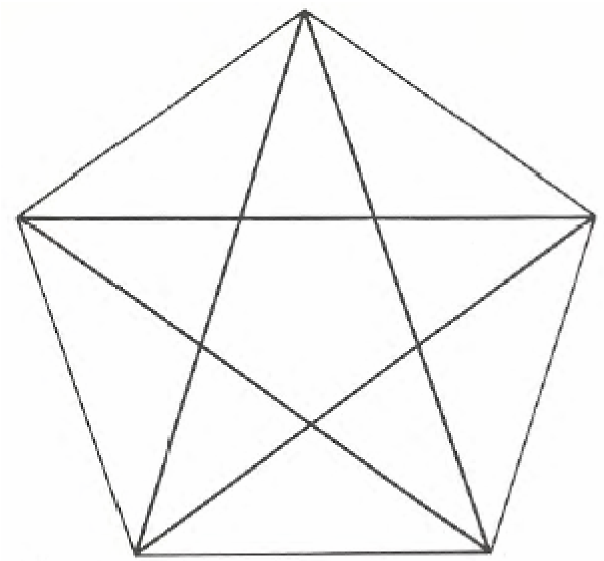
Il valore esoterico della sezione aurea

- Alla faccia pentagonale del dodecaedro era associato il pentagramma stellato, o stella a cinque punte, già elemento decorativo dell’arte babilonese e simbolo magico della loro cosmologia.



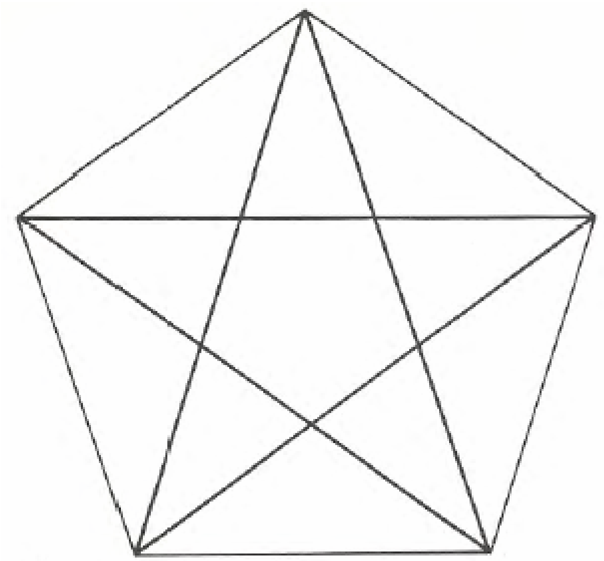
Il valore esoterico della sezione aurea

- Il pentagramma stellato si ricava dal pentagono regolare tracciandone le diagonali
- I Pitagorici presero a studiare quale rapporto ci fosse tra il lato della stella e il lato del pentagono che serviva per costruirla.



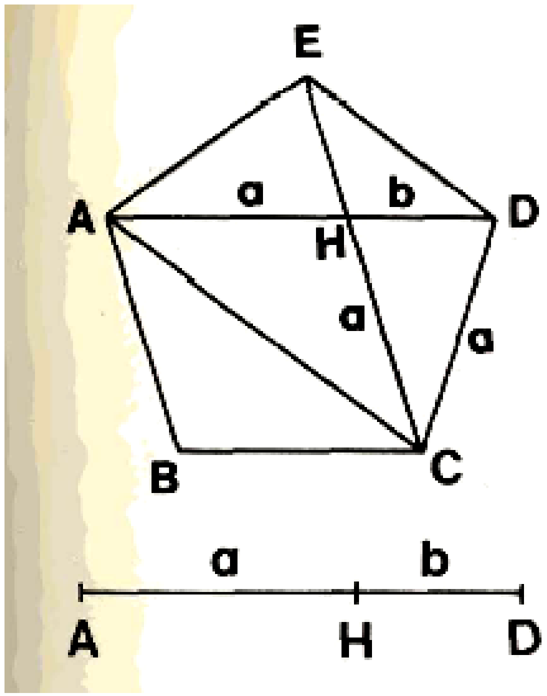
Il valore esoterico della sezione aurea

- Loro convinzione era che, comunque fossero scelti due segmenti, esistesse un loro sottomultiplo comune, cioè un segmento capace di dare misure interne per entrambi i segmenti, che risultavano perciò commensurabili.



E’ vero?

Il Numero Aureo

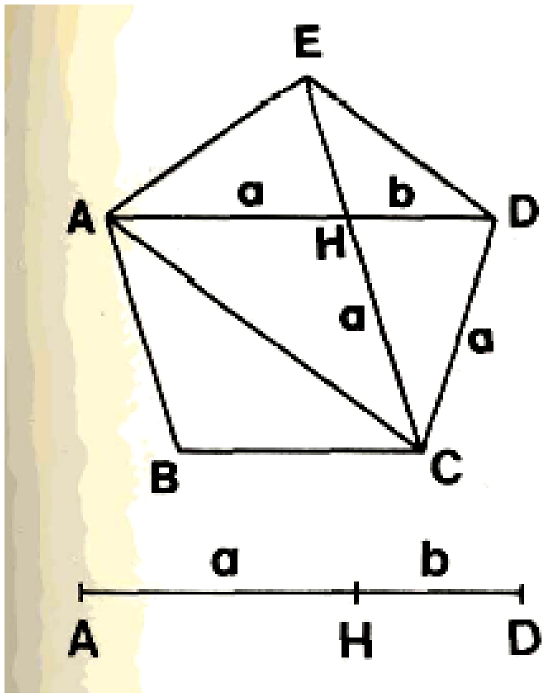


- Il rapporto tra la diagonale ed il lato di un pentagono regolare è il numero irrazionale:

$$\boxed{\varphi = \frac{\sqrt{5}+1}{2}}$$

- cui è dato per tradizione il nome di *numero aureo*.

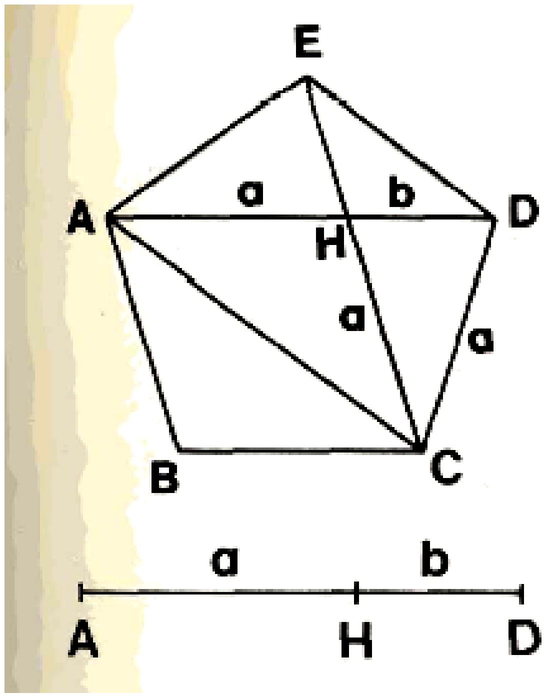
Il Numero Aureo



- Esso deriva anche dal seguente problema:
  - Dividere un dato segmento AD in due parti a e b, tali che l'intero segmento stia alla maggiore delle due parti come questa sta alla minore.

$$\boxed{(a+b):a=a:b}$$

Il Numero Aureo



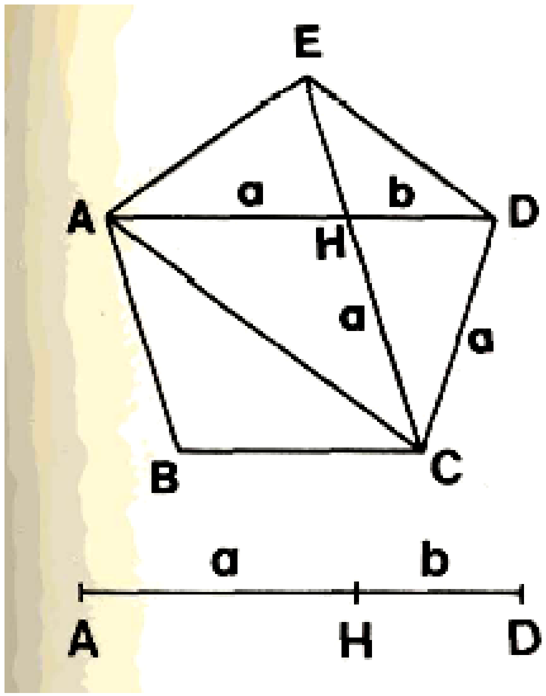
- Il valore numerico di φ, comune ai due rapporti $(a+b)/a$ e a/b, si ricava

$$\frac{(a+b)}{a} = \frac{a}{b}$$

$$\frac{a}{a} + \frac{b}{a} = \frac{a}{b}$$

$$\boxed{1 + \frac{1}{\varphi} = \varphi \quad \Rightarrow \quad \varphi^2 - \varphi - 1 = 0}$$

Il Numero Aureo



- Risolvendo la:

$$\boxed{\varphi^2 - \varphi - 1 = 0}$$

- si ricava φ.
- Un valore approssimato di φ è 1.618034…

Il Numero Aureo

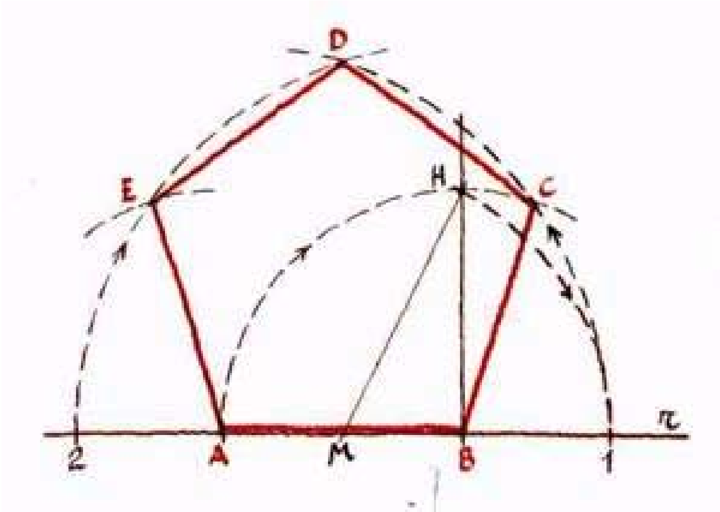
- Esistono due formule ricorsive che forniscono esattamente il numero aureo, utilizzando solo il più semplice dei numeri, l’1.

$$\varphi = 1 + \cfrac{1}{1 + \cfrac{1}{1 + \cfrac{1}{1 + \cfrac{1}{1 + \cfrac{1}{1 + \ldots}}}}}$$

$$\varphi = \sqrt{1 + \sqrt{1 + \sqrt{1 + \sqrt{1 + \sqrt{1 + \ldots}}}}}$$

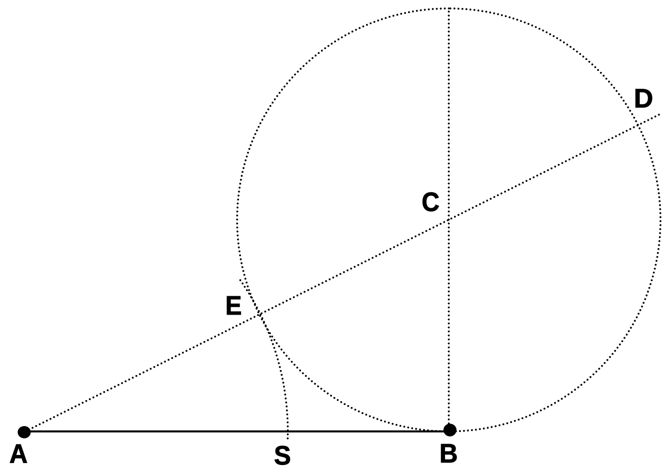
Costruzione geometrica

- **Costruzione di un pentagono regolare**
  - Data una retta **r** si stacca su di essa un segmento (**AB**) pari al lato del pentagono voluto
  - Dal punto **B** si costruisce una perpendicolare ad **r** e si stacca su di esso un segmento (**HB**) pari alla lunghezza di (**AB**)
  - Si ribalta su **r** il segmento (**HM**) dove **M** è la metà di (**AB**) e si trova il punto **1**
  - Con il compasso, facendo centro **B** e apertura (**A1**), si trova su **r** il punto **2**
  - Con centro in **A** e apertura **A1** si traccia un arco di cerchio, ripetendo la stessa operazione con centro in **B**, nell'intersezione tra il primo ed il secondo arco si individua il punto **D**
  - Tracciando ora un arco di cerchio con centro in **A** e raggio (**AB**) si trova sull'arco **2D** il vertice **E**, con centro in **B** ed apertura (**AB**) si trova sull'arco **1D** il vertice **C**
  - Unendo i vertici (**ABCDE**) si trova il perimetro del pentagono di dato lato.



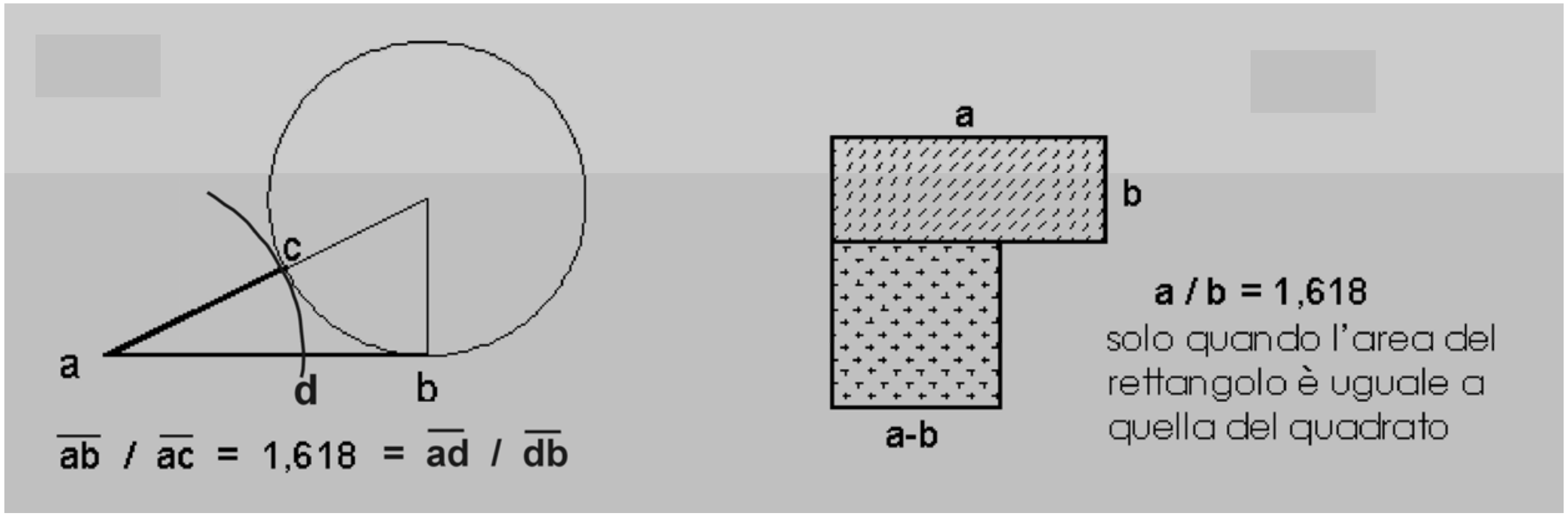
Costruzione geometrica

- Costruzione della sezione aurea
  - Dato il segmento AB tracciare il cerchio di pari diametro e tangente ad esso in B
  - Tracciare la secante per A passante per il centro C del cerchio
  - La parte esterna della secante (AE) è la sezione aurea del segmento, essendo la tangente (AB) media proporzionale tra l'intera secante (AD) e la sua parte esterna (AE)
    [Euclide L. III – P. 36]



Costruzione geometrica

- Esercizio: dimostrare la proposizione geometrica sulla destra

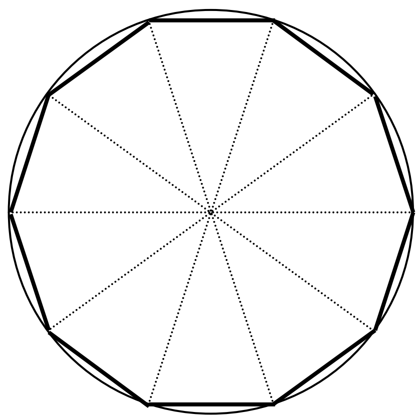


Proprietà della Sezione Aurea

- Ma cos'ha di così importante questa sezione per meritarsi l'aggettivo "Aureo"?
- Proprietà fondamentali (Es: dimostrare):
  - *Ogni segmento è sezione aurea della sua somma con la sua sezione aurea*
  - *Tolta la sezione aurea, la parte rimanente di un segmento è la sezione aurea della sezione aurea del segmento*
- E'come se la sezione aurea si autorigenerasse per sottrazione o addizione.

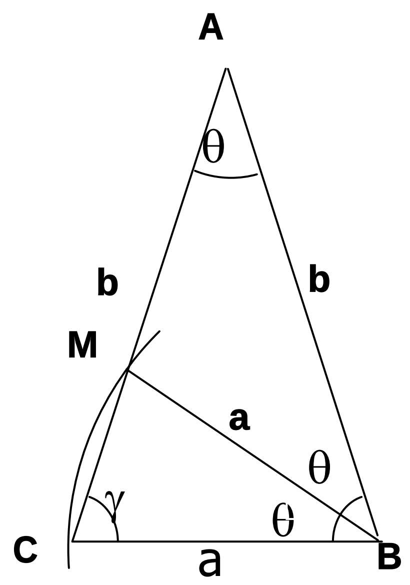
Proprietà della Sezione Aurea

- Una delle più importanti caratteristiche della Sezione Aurea è la seguente:
  - *Se in un triangolo isoscele la base è la sezione aurea del lato, allora l'angolo al vertice è un quinto dell'angolo piatto, ovvero la base è il lato del decagono regolare inscritto nel cerchio che ha per raggio il lato*.
- Dimostrare …



Proprietà della Sezione Aurea

- Il Triangolo Aureo

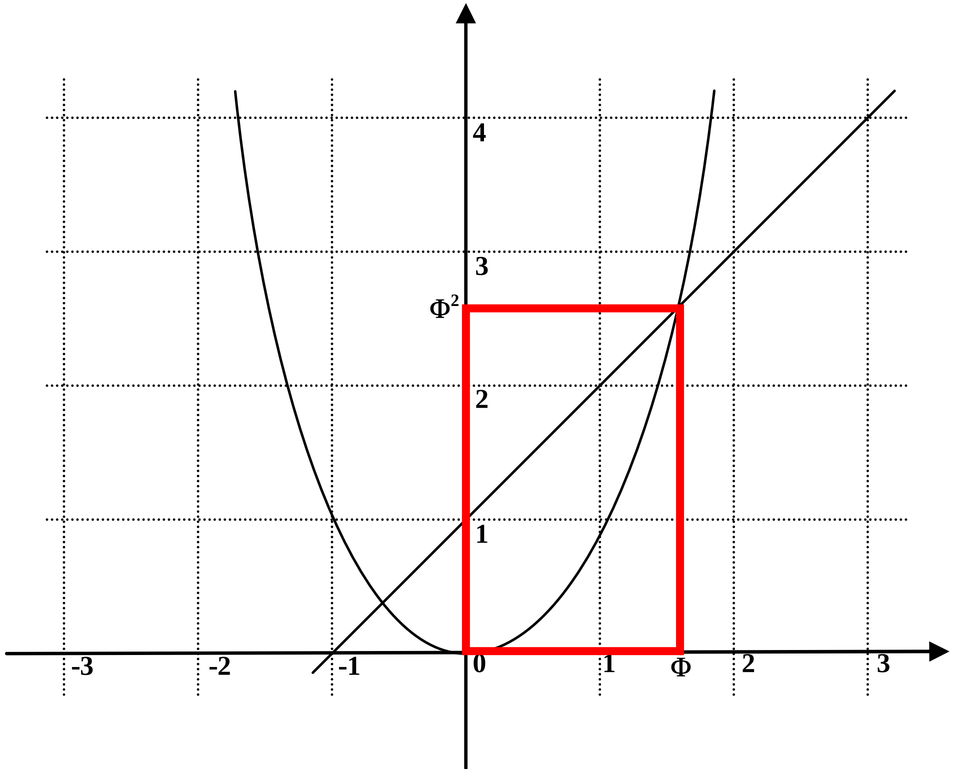


Proprietà della Sezione Aurea

- Su un piano cartesiano …

$$\boxed{\varphi^2 - \varphi - 1 = 0}$$

$$\boxed{\begin{cases} y = \varphi^2 \\ y = \varphi + 1 \end{cases}}$$



Fibonacci e il numero aureo

- Leonardo Pisano, noto anche con il nome di Fibonacci, visse tra il XII il XIII secolo e fu uno dei più grandi matematici del Medioevo.

Fibonacci e il numero aureo

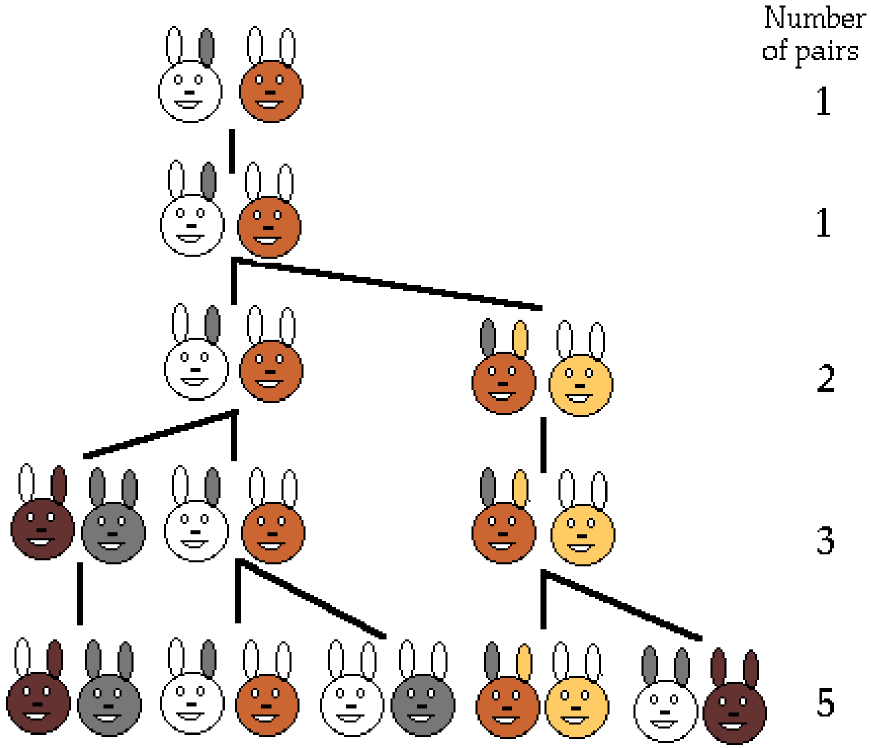
- Nel *Liber Abaci* ("Il Libro dell'Abaco") Fibonacci espone i fondamenti di algebra e matematica usati nei paesi arabi
- Un problema fornisce l'occasione per l'introduzione della serie (di Fibonacci) e che si riscontra in numerosi esempi in natura.
- E che ha uno strettissimo legame con il Numero Aureo.

$$\boxed{C_{n+2} = C_{n+1} + C_n}$$

1 ; 1 ; 2 ; 3 ; 5 ; 8 ; 13 ; 21 ; 34 ; 55 ; 89 ; 144 ; 233 ; 377 ; …

Il problema dei conigli

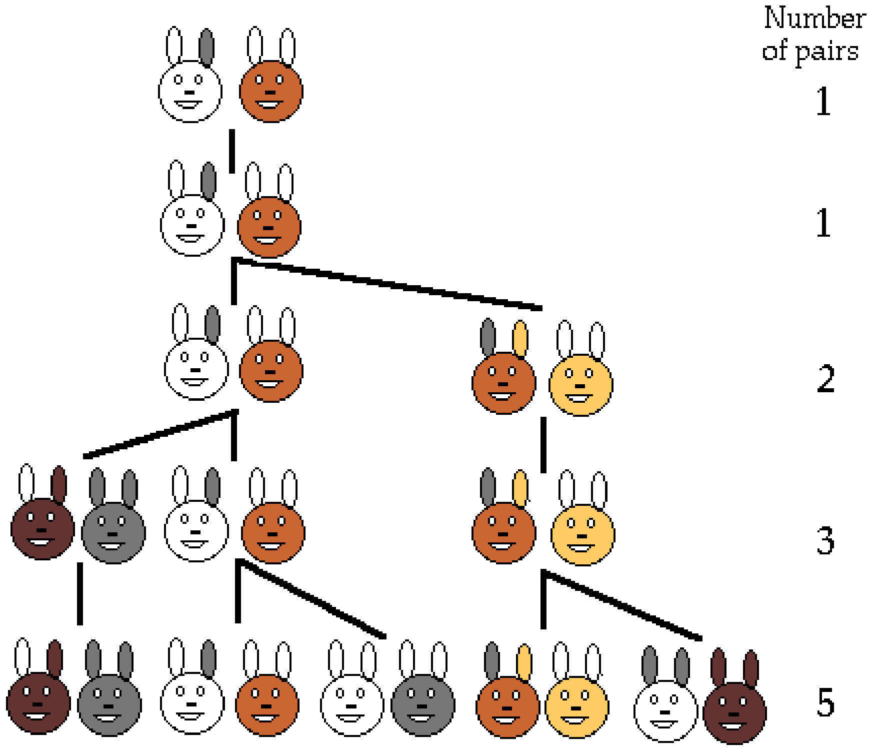
- Un contadino chiuse nella sua conigliera una coppia di conigli per avviare un allevamento. La coppia prese a prolificare il secondo mese una nuova coppia di conigli. Nei mesi che seguirono la coppia capostipite continuò a generare regolarmente una coppia al mese, e altrettanto fece ciascuna delle coppie generate, ciascuna però a partire dal secondo mese dopo la propria nascita.
- Quante coppie di conigli popolarono la conigliera dopo il decimo mese se nel frattempo non morì nessun coniglio?



Il problema dei conigli

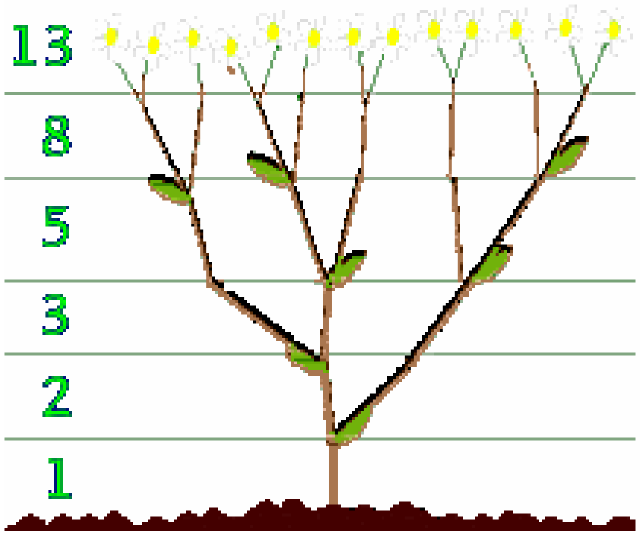
- La soluzione è data dalla successione di Fibonacci:

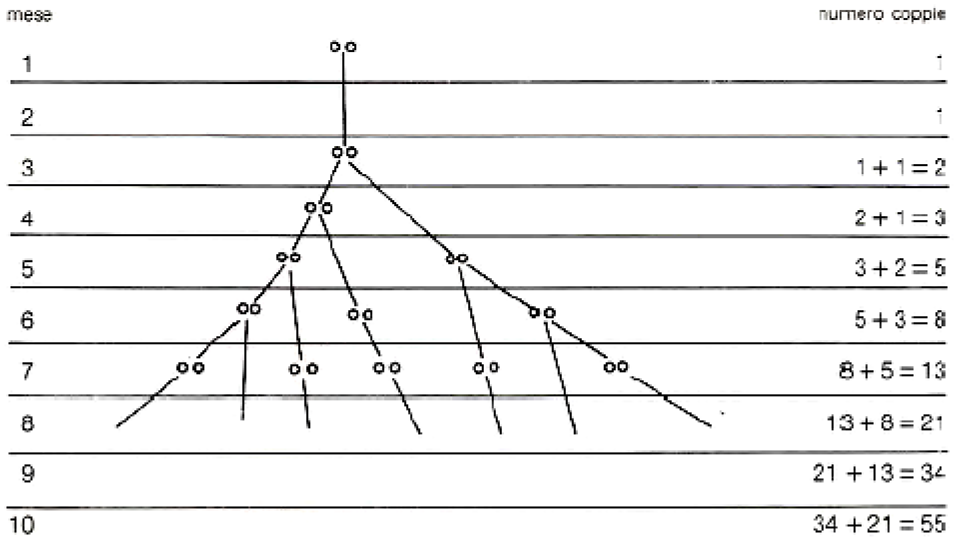
$$\boxed{C_{n+2} = C_{n+1} + C_n}$$



1 ; 1 ; 2 ; 3 ; 5 ; 8 ; 13 ; 21 ; 34 ; 55 ; 89 ; 144 ; 233 ; 377 ; …

Altri esempi in natura





La Successione di Fibonacci

- Questa successione ha molte curiose proprietà (Esercizio: verificarle)
  - Comunque si prendano due elementi, in posizione **n**-esima ed **m**-esima, il loro Massimo Comune Divisore è un elemento della successione di posizione **p**, M.C.D. tra **n** ed **m**
  - Il quadrato di ogni elemento **differisce** di **uno** (alternativamente in più o in meno) dal prodotto del precedente per il successivo
  - Sommando alternativamente tutti gli elementi della successione (uno sì ed uno no) il risultato è sempre l'elemento successivo all'ultimo sommato.

La Successione di Fibonacci e il Numero Aureo

- Quale relazione c'è tra la successione di Fibonacci e il Numero Aureo?
- Osserviamo quest'altra successione di potenze di φ.

$$\boxed{1\,;\ \varphi\,;\ \varphi^2\,;\ \varphi^3\,;\ \varphi^4\,;\ \varphi^5\,;\ \ldots}$$

La Successione di Fibonacci e il Numero Aureo

- Ricordiamo che:

$$\boxed{\varphi^2 = \varphi + 1}$$

- Cioè più in generale:

$$\boxed{\varphi^{n+2} = \varphi^{n+1} + \varphi^n}$$

- Come nella successione di Fibonacci, anche nella successione delle potenze di φ, ciascun termine si ricava sommando due termini che lo precedono.

La Successione di Fibonacci e il Numero Aureo

- Ma c'è un'analogia più sconcertante:
  - Il rapporto tra un termine della successione delle potenze di φ e il termine che lo precede è sempre lo stesso: è φ

$$\boxed{\frac{\varphi^{n+1}}{\varphi^{n}} = \varphi}$$

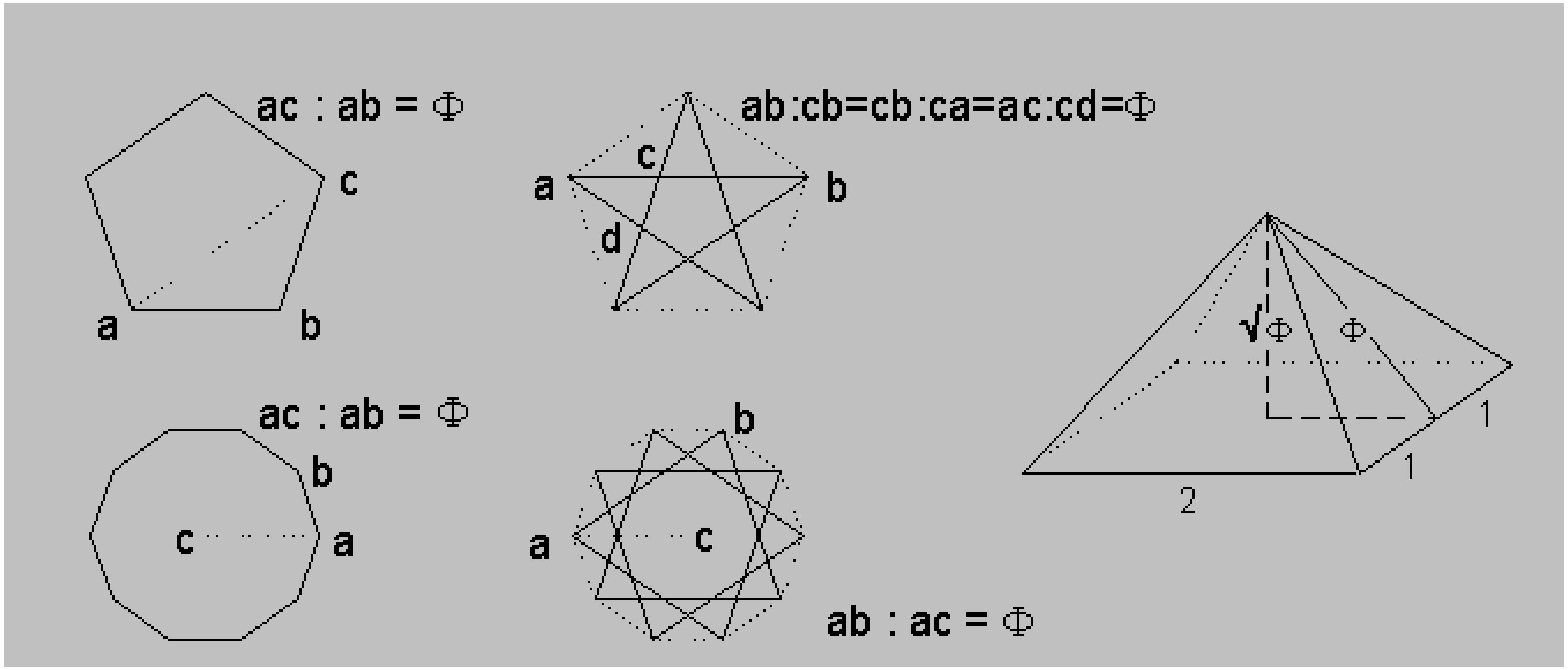
  - Il rapporto tra un termine della successione di Fibonacci e il termine che lo precede non è φ, ma si avvicina progressivamente a φ, al crescere del valore di n

$$\boxed{\lim_{n\to\infty} \frac{C^{n+1}}{C^{n}} = \varphi}$$

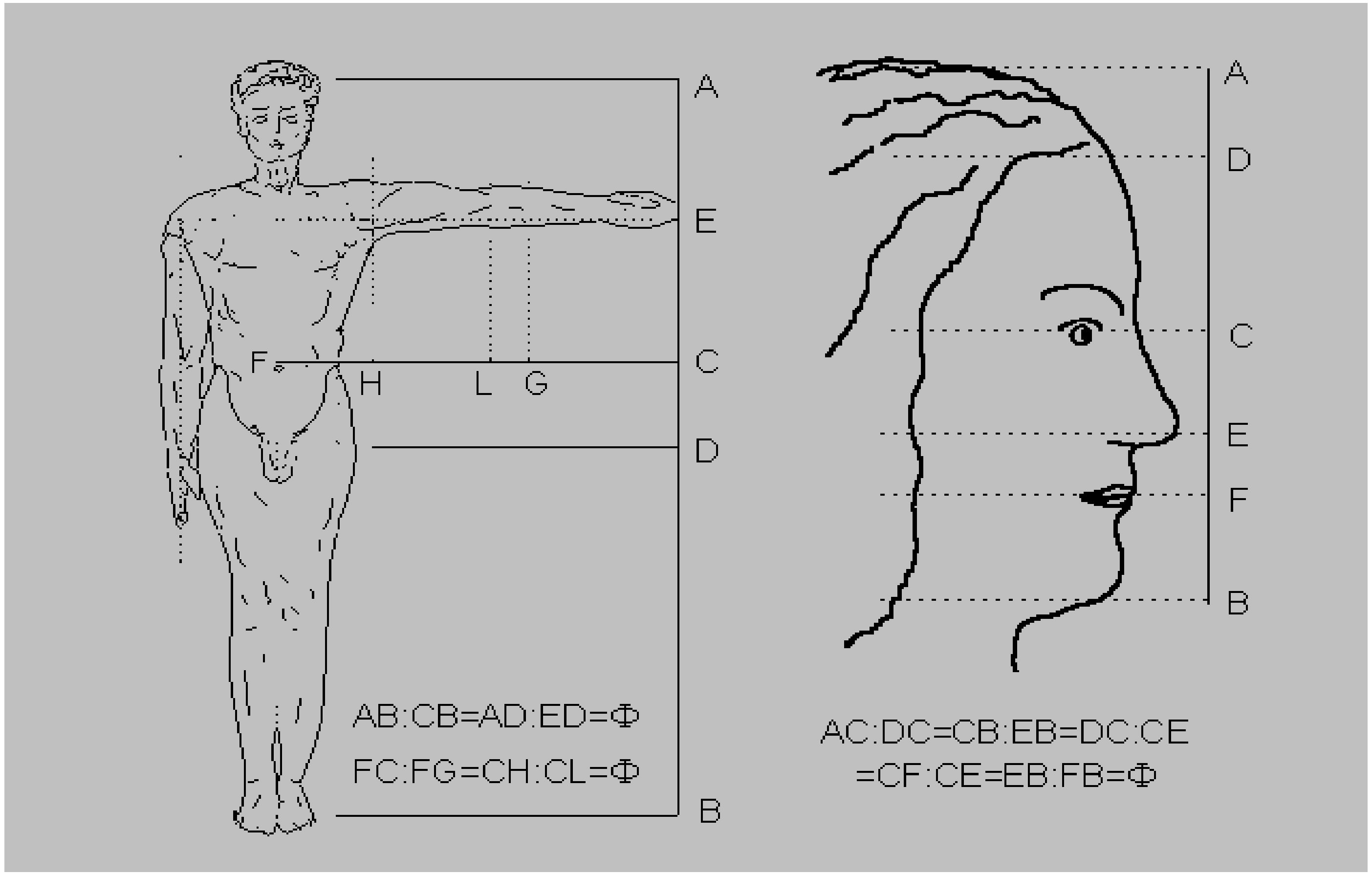
(Esercizio: verificare mediante una tabella)

Altre proprietà

- Esercizio:
  Descrivere le seguenti proprietà geometriche

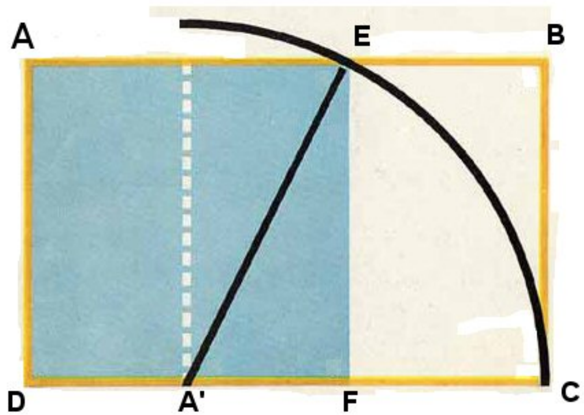


Proporzioni auree ...



Il Rettangolo Aureo

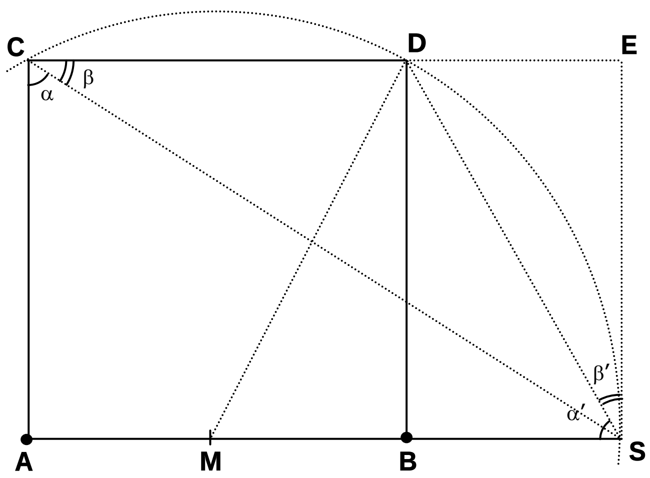
- Un rettangolo aureo è un qualsiasi rettangolo i cui lati stanno nel rapporto aureo
- Un rettangolo aureo può essere facilmente costruito a partire da un quadrato.

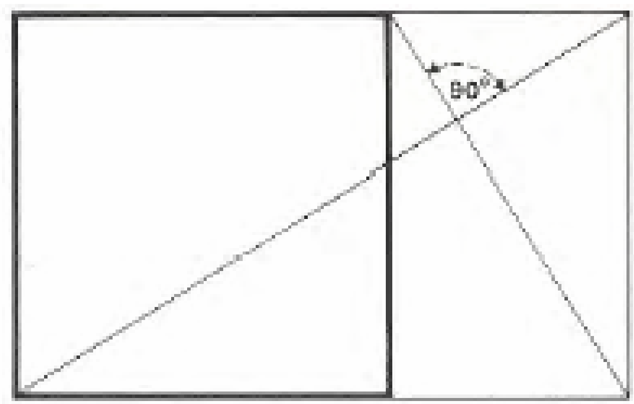


Il Rettangolo Aureo

- Valgono le seguenti proprietà:

$$AS : DB = CA : BS \qquad AS : AB = AB : (AS - AB)$$



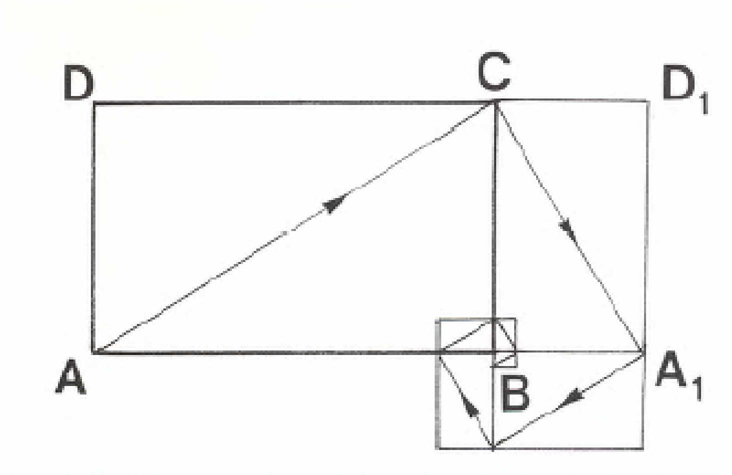


Il Rettangolo Aureo Proprietà

- Sottraendo da un rettangolo aureo il quadrato costruito sul suo lato minore, si ottiene un altro rettangolo aureo.

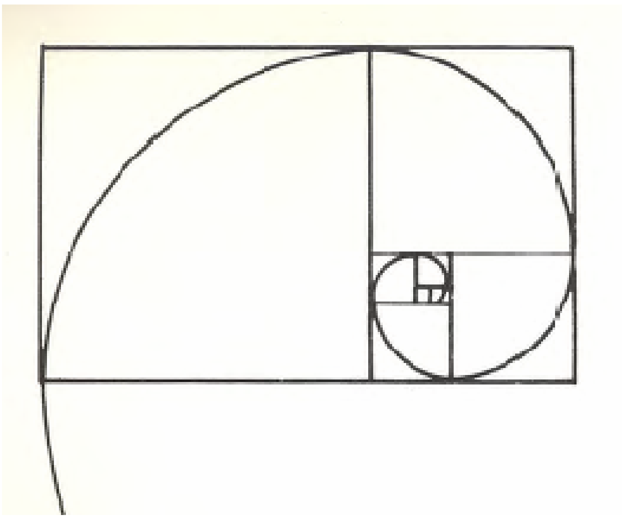
Il Rettangolo Aureo Proprietà

- ABCD è un rettangolo aureo e AC è una sua diagonale. Per il punto C si conduca CA1 perpendicolare a CA (dalla parte del lato minore) sino ad incontrare in A1 il prolungamento del lato AB. Il rettangolo CBA1D1 è anch'esso un rettangolo aureo. L'operazione può essere reiterata: le diagonali dei rettangoli aurei costruiti compongono una spirale quadrata; conducendo la perpendicolare CA1 dalla parte del lato maggiore, si ottiene una spirale divergente.



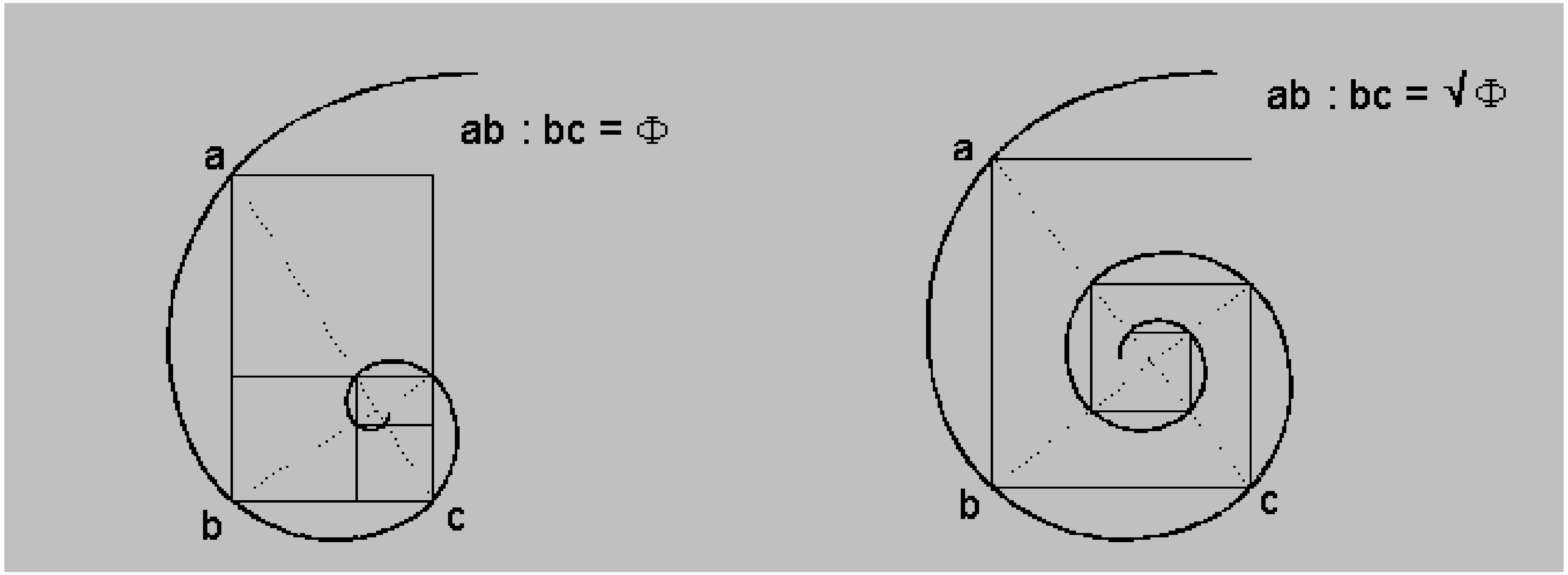
Il Rettangolo Aureo Proprietà

- Sommando ad un rettangolo aureo il quadrato costruito sul suo lato maggiore si ottiene un altro rettangolo aureo. Le due operazioni possono essere reiterate ottenendo una successione di quadrati e di rettangoli aurei che circoscrivono una spirale.



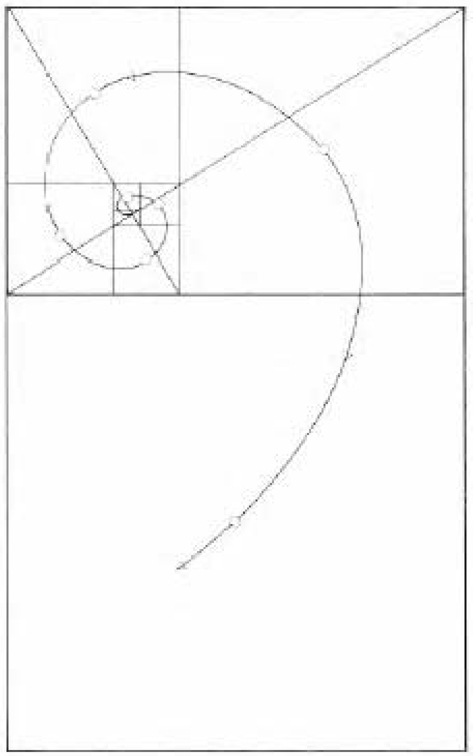
La Spirale Aurea

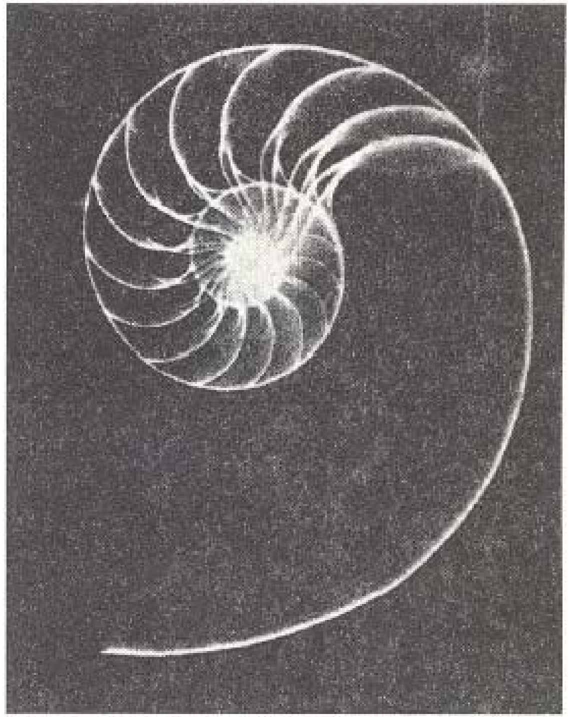
- La Spirale Aurea



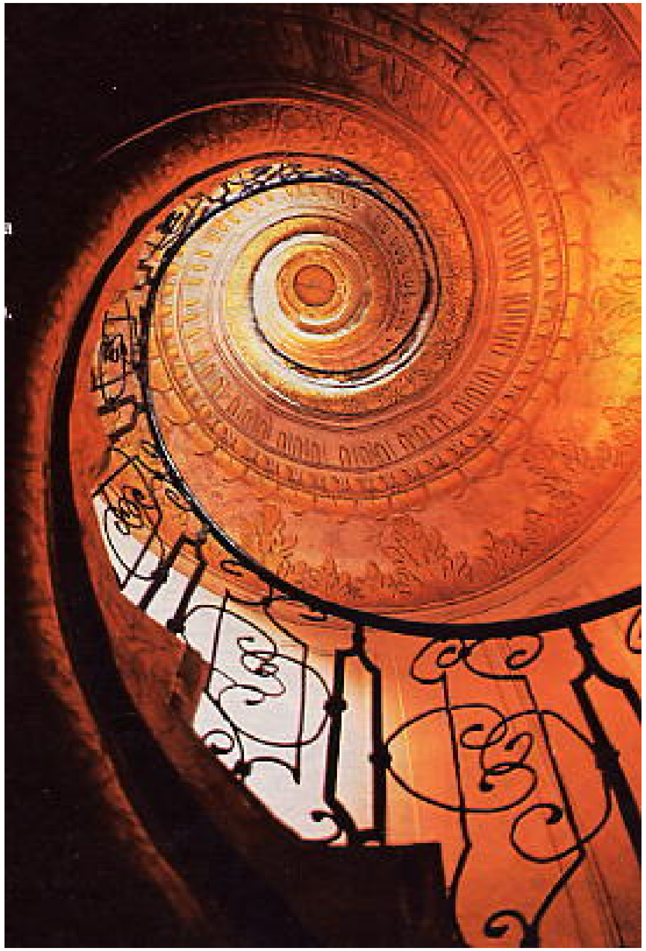
La Spirale Aurea

- Il Nautilus





La Spirale Aurea

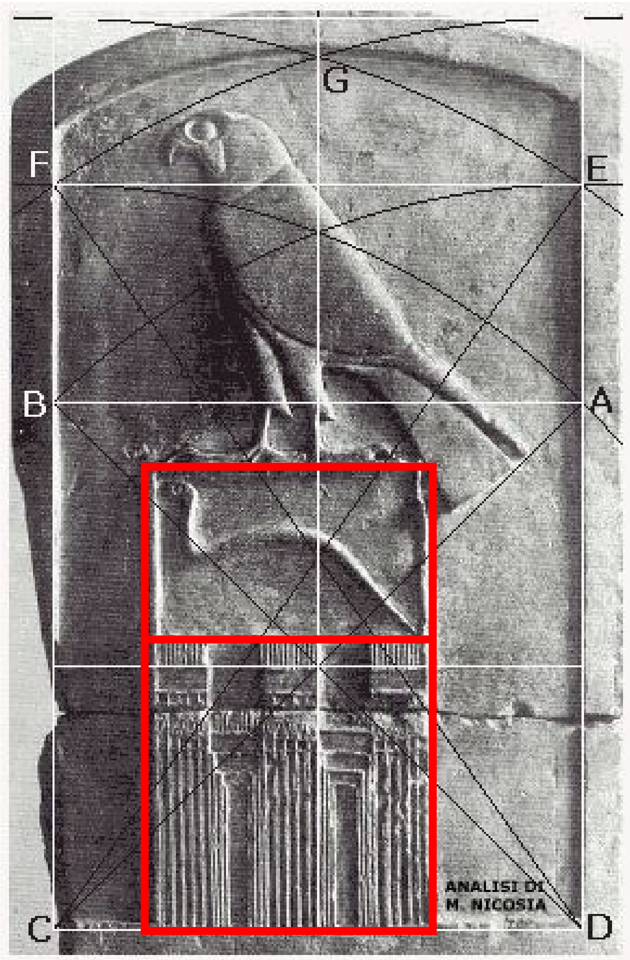


- La scala a volute a spirale aurea dell’abbazia benedettina di Melk (Austria)

La Sezione Aurea nella Storia dell'Architettura

- La Stele del Re Get
- La Grande Piramide di Cheope
- Il Tempio della Concordia
- Il Partenone
- Il Pantheon
- La Cattedrale di Notre Dame
- La Cattedrale di Colonia
- Il Duomo di Milano
- Il portale di Castel del Monte
- *L'architettura di Raffaello*
- Il Modulor di Le Corbusier

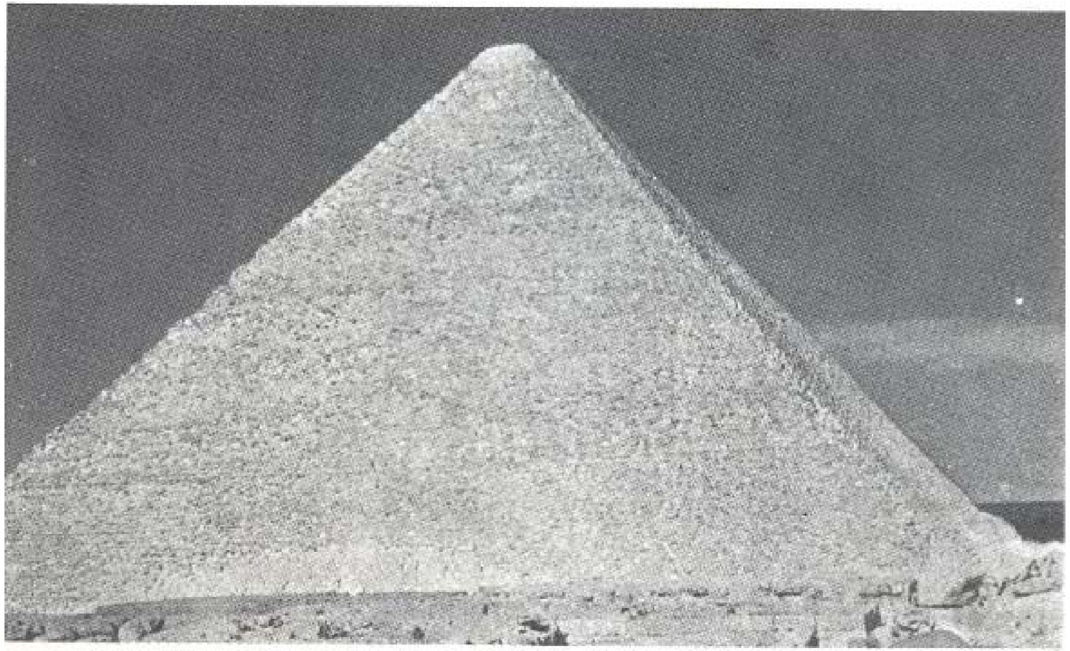
La Stele del Re Get (XXX sec. a.C.)

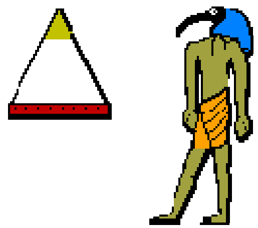


- La proporzione aurea vi svolge un ruolo non secondario:
  - nell'assetto di Horus
  - nel rettangolo del Palazzo
  - il rettangolo in cui ondeggia il serpente è in rapporto aureo col quadrato costituito dal palazzo
  - il re è la parte 'aurea' della terra regale.

La Grande Piramide di Cheope (XVII-XVI sec. a.C.)

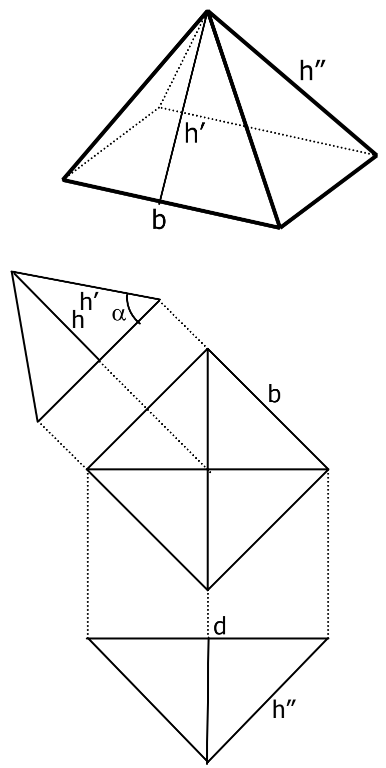
- Era costituita in origine da quasi 2,5 milioni di blocchi di pietra.
- Il peso medio di ogni blocco è di circa 2,5 tonnellate.
- I suoi lati sono perfettamente allineati in direzione nord-sud e est-ovest (l'errore dell'allineamento è di solo 3' e 6").
- Il piano di appoggio è perfettamente orizzontale: l'angolo sud-orientale è appena dodici millimetri più alto di quello nord-occidentale.





La Grande Piramide di Cheope

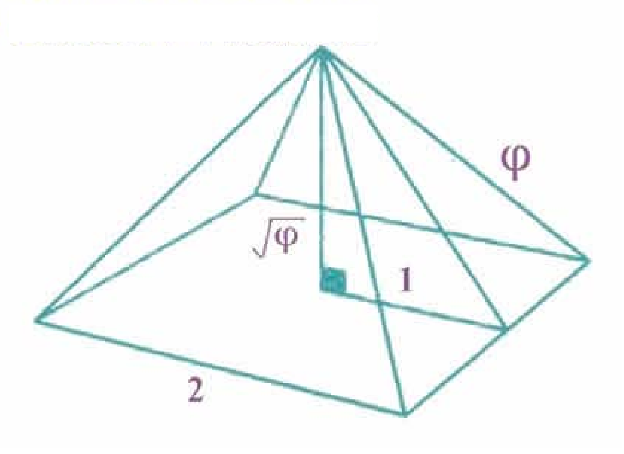
- Nella Grande Piramide le proporzioni tra le dimensioni non sono casuali
- Oltre che rispondere a canoni estetici, richiamano alcune tra le più importanti costanti della matematica
- Partiamo dalle misure:
  - il lato di base: b = 232 m
  - l’altezza della piramide: h = 147 m
  - l’altezza della faccia laterale: h’ = 187 m
  - lo spigolo: h” = 220 m.



La Grande Piramide di Cheope

- La metà del lato di base b/2 è la sezione aurea dell'altezza della faccia laterale h'.

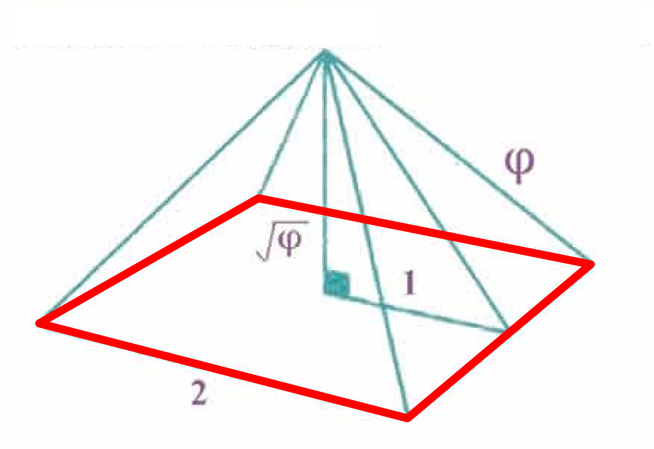
$$h' = \varphi \frac{b}{2} \Rightarrow h = \sqrt{\left(\frac{b}{2}\right)^2 \cdot (\varphi^2 - 1)} = \frac{b}{2}\sqrt{\varphi} = 1,272 \ldots \cdot 116 = 147,5 \ldots \text{ m}$$

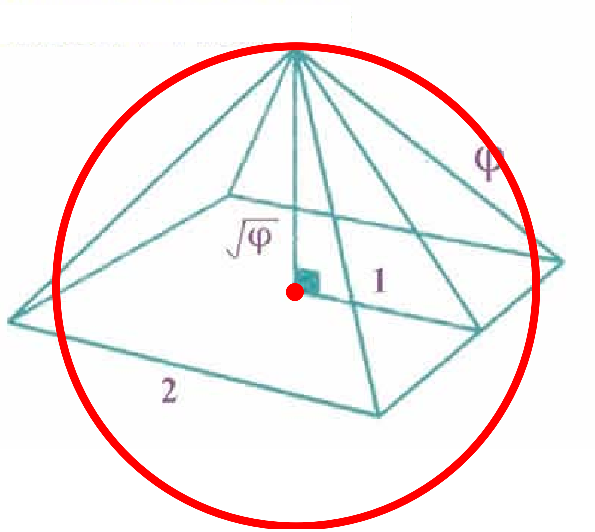


La Grande Piramide di Cheope

- Altra ipotesi:
  - La base b e l'altezza h sono tali che il perimetro di base è uguale alla circonferenza di raggio h
  - In questo modo l'altezza avrebbe valore:

$$4b = 2\pi h \Rightarrow h = 2\frac{b}{\pi} = \frac{4}{\pi}\frac{b}{2} = 1,273\ldots \cdot 116 = 147,7\ldots \text{ m}$$

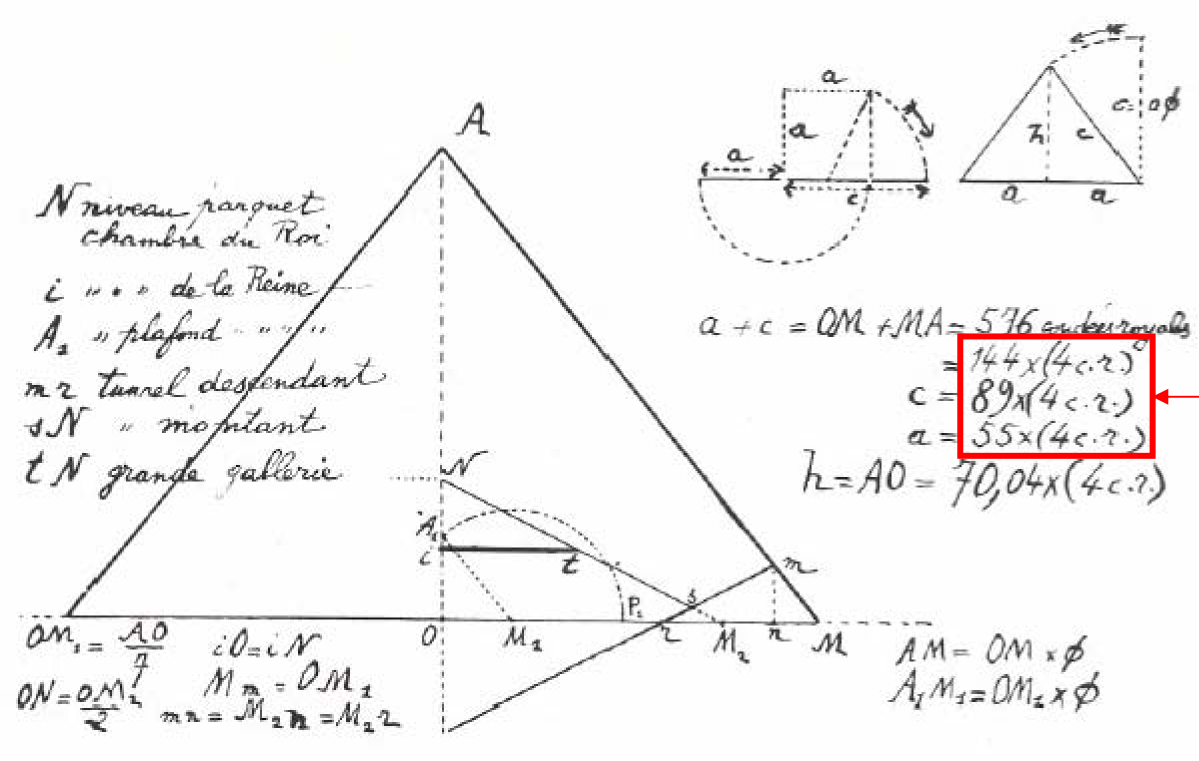




$$\boxed{\frac{4}{\pi} \approx \sqrt{\varphi}}$$

La Grande Piramide di Cheope

- Individuazione della sezione aurea nella geometria della piramide, secondo Ghyka



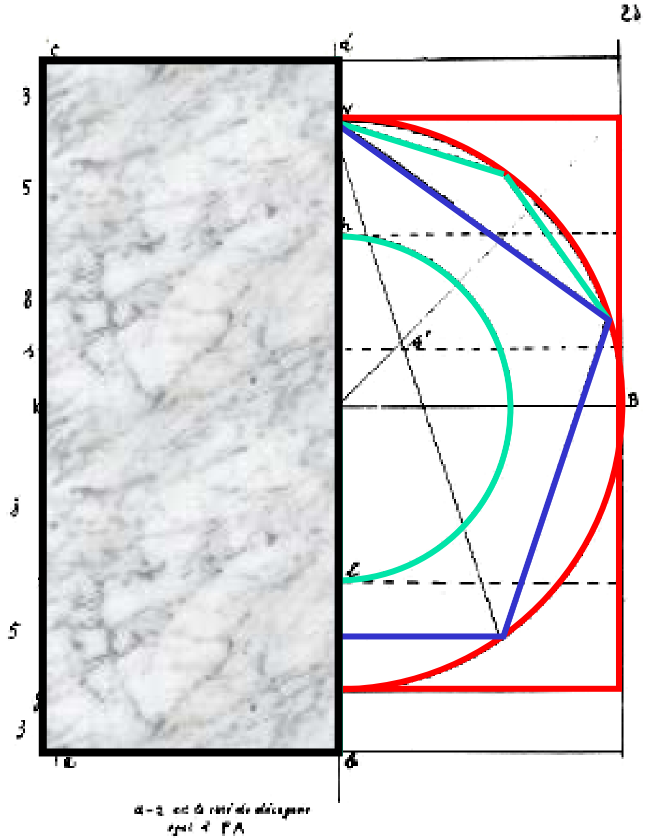
Impiegando come unità di misura i cubiti reali, emerge la presenza di termini della successione di Fibonacci

Il Tempio della Concordia

- La sua lunghezza è rigorosamente uguale a 4 volte il lato del decagono regolare inscritto in un cerchio di raggio uguale alla larghezza della facciata.

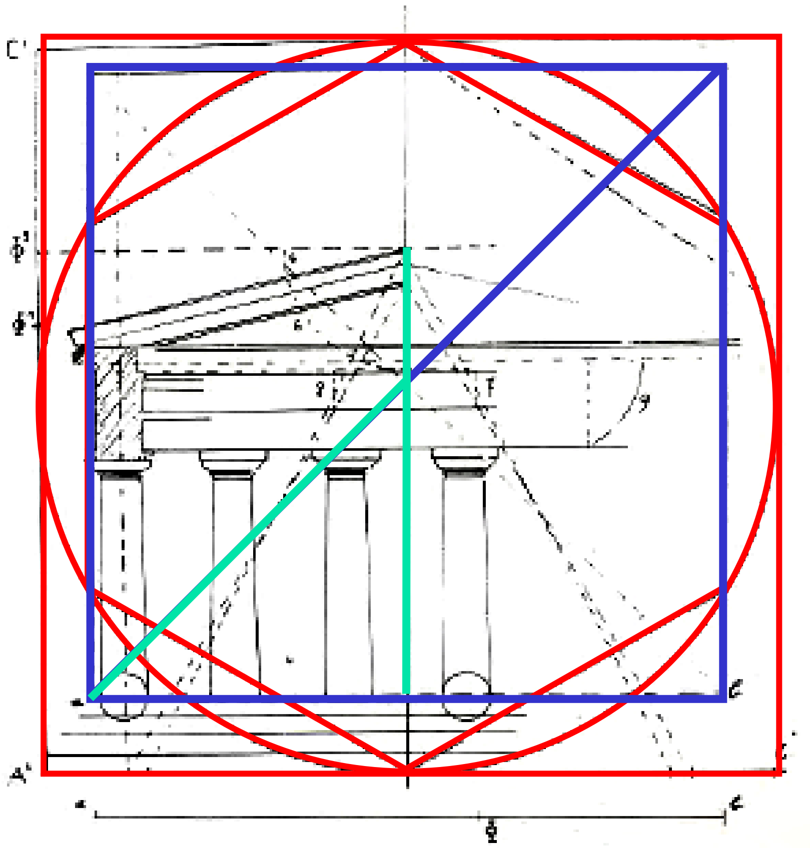
Il Tempio della Concordia
La pianta

- L’analisi mostra che il punto di partenza è il quadrato di lato pari al doppio della larghezza della facciata principale
- Si traccia una circonferenza inscritta nel quadrato
- La φ del suo raggio (e cioè la maggiore) è la distanza FA, uguale al lato del decagono inscritto nella circonferenza
- Il lato del decagono, portato quattro volte sul lato del quadrato, dà la lunghezza totale del tempio.



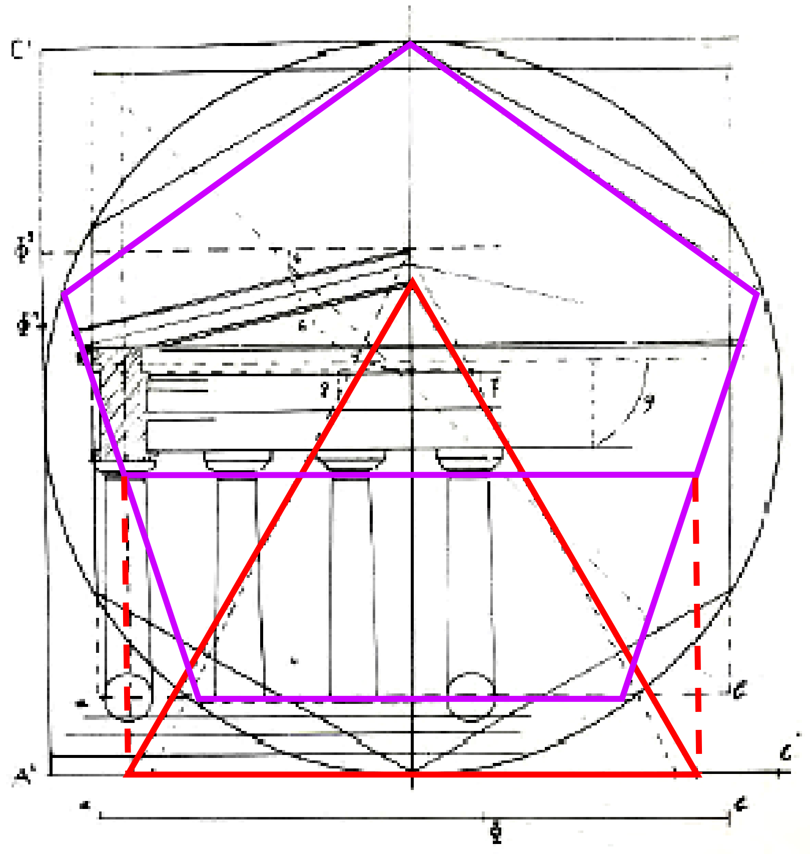
Il Tempio della Concordia
La facciata

- La sua larghezza è compresa fra i lati paralleli di un esagono inscritto nel cerchio, a sua volta inscritto nel quadrato, il cui lato è A'C', costruito sulla larghezza totale del tempio
- Si costruisce un secondo quadrato, la cui distanza fra i lati sia compresa fra i lati dell'esagono
- La metà della diagonale di questo secondo quadrato interno, sarà uguale all'altezza del tempio.



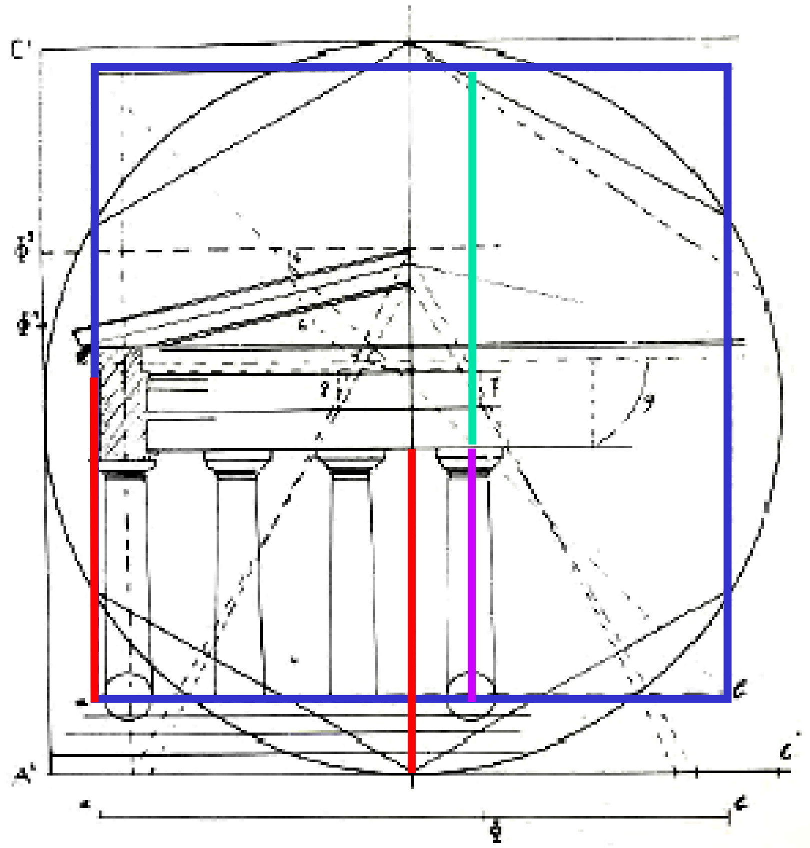
Il Tempio della Concordia
La facciata

- La distanza degli assi delle colonne agli estremi della facciata, è uguale alla congiungente i punti medi dei lati opposti del pentagono inscritto, che passa inoltre dalla base dei capitelli
- L'altezza dal suolo alla sommità del timpano è data dall'altezza di un triangolo equilatero, costruito fra gli assi delle colonne d'angolo
- Tutte le suddivisioni relative al fregio, all'architrave e al timpano sono basate su φ.



Il Tempio della Concordia
La facciata

- L'altezza totale delle colonne, dalla linea di terra all'abaco (compreso il capitello), è determinata dalla metà del lato del secondo quadrato costruito fra i lati dell'esagono.
- Mentre la loro altezza dalla base, sopra i gradini, all'abaco (compreso il capitello) è data dalla sezione aurea minore del lato del secondo quadrato.

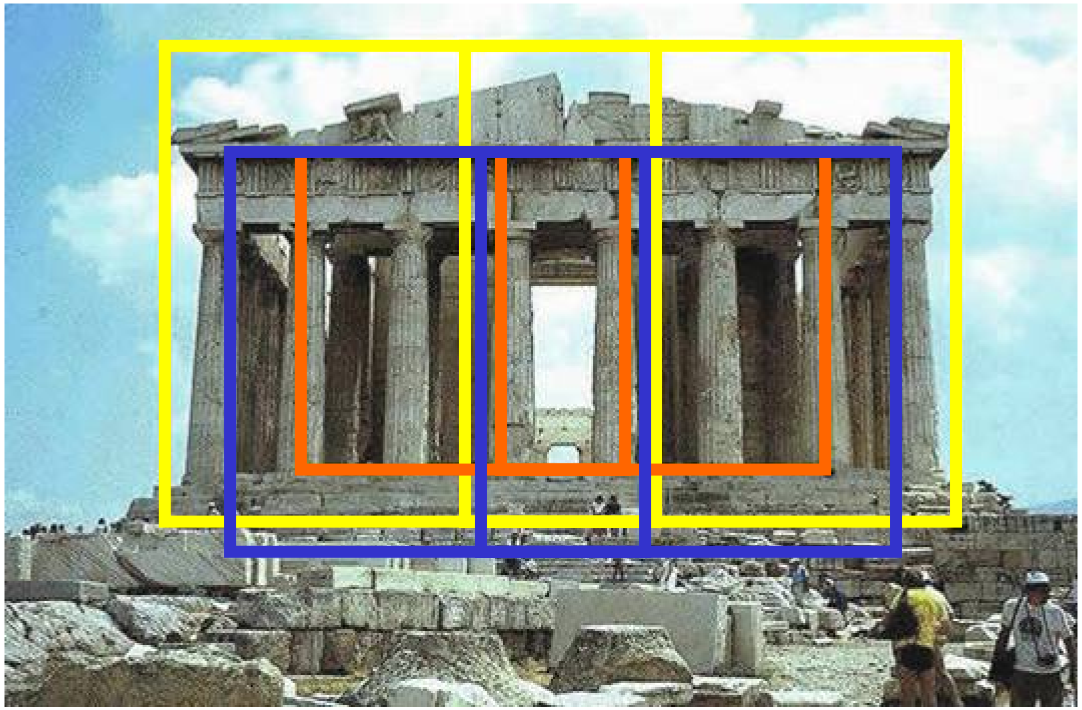


Il Partenone

- Costruito tra il 447 e il 438 a.C. su progetto di Ictinio e Callicrate ed adornato dalle sculture di Fidia.
- All’inizio del XX secolo il matematico americano Mark Barr ha introdotto, per indicare il rapporto aureo, l’uso della lettera greca φ, proprio dall’iniziale del grande scultore.
- Le fronti, con otto colonne, misurano più di trenta metri; i lati, con diciassette, circa settanta; le colonne superano i dieci metri di altezza e ne hanno quasi due di diametro alla base.

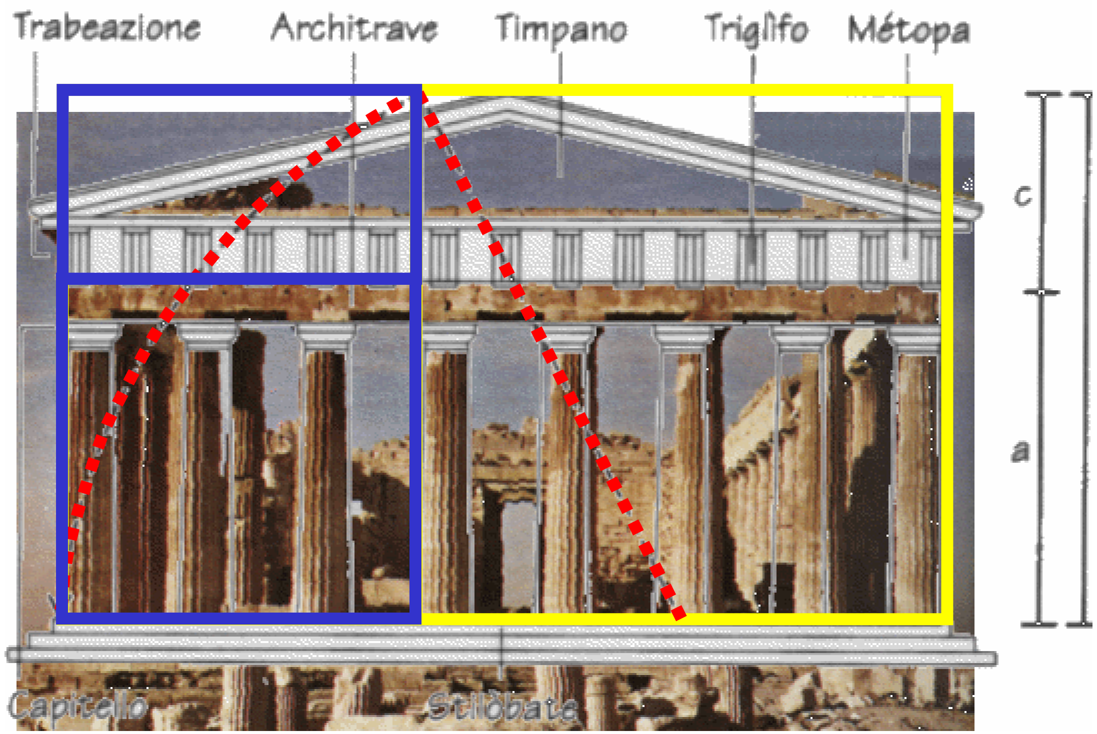
Il Partenone
La facciata

- Dall'esame metrico-dimensionale si sono fatte interessanti scoperte in merito alle proporzioni: l'altezza complessiva è la sezione aurea della larghezza della parte frontale; quindi la facciata ha le dimensioni di un rettangolo aureo.



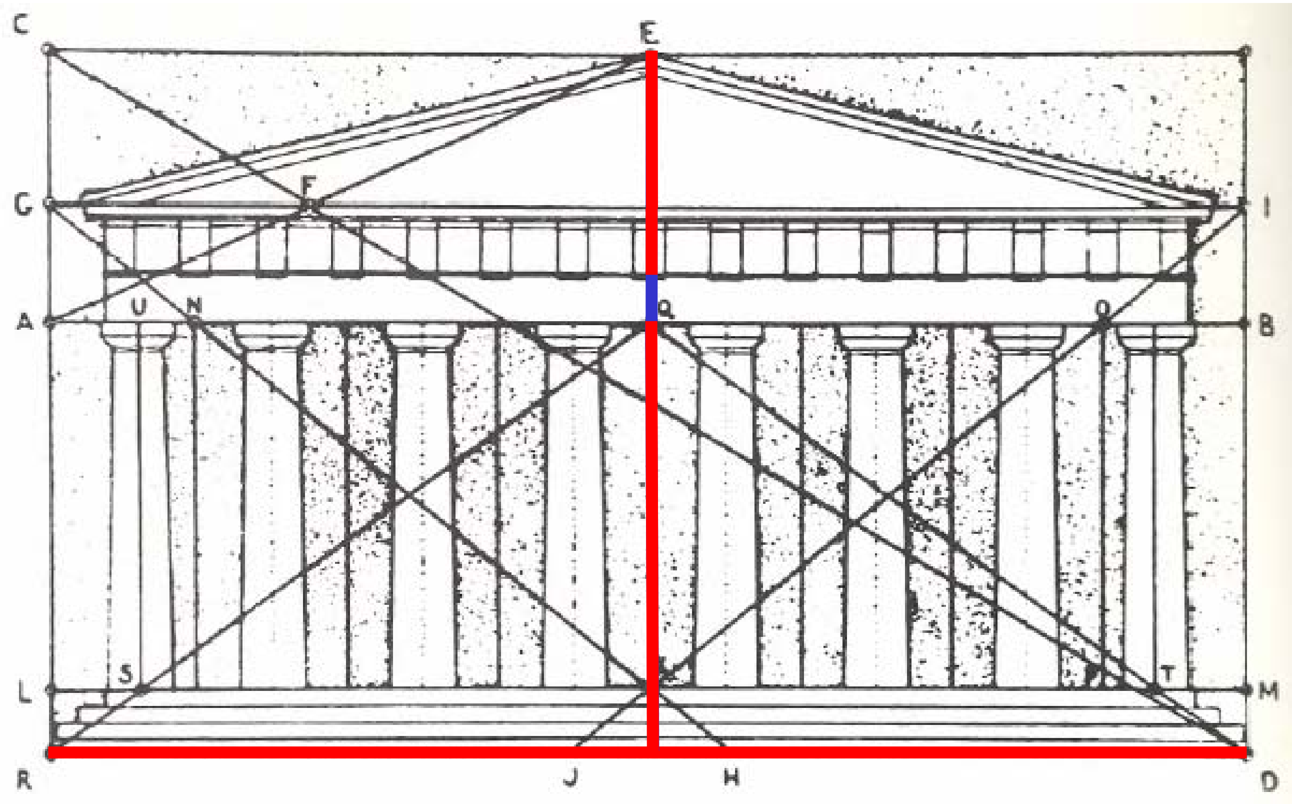
Il Partenone
La facciata

- Il rapporto aureo si ripete più volte tra diversi elementi del frontale, ad esempio, tra l'altezza complessiva e l'altezza cui si trova la trabeazione



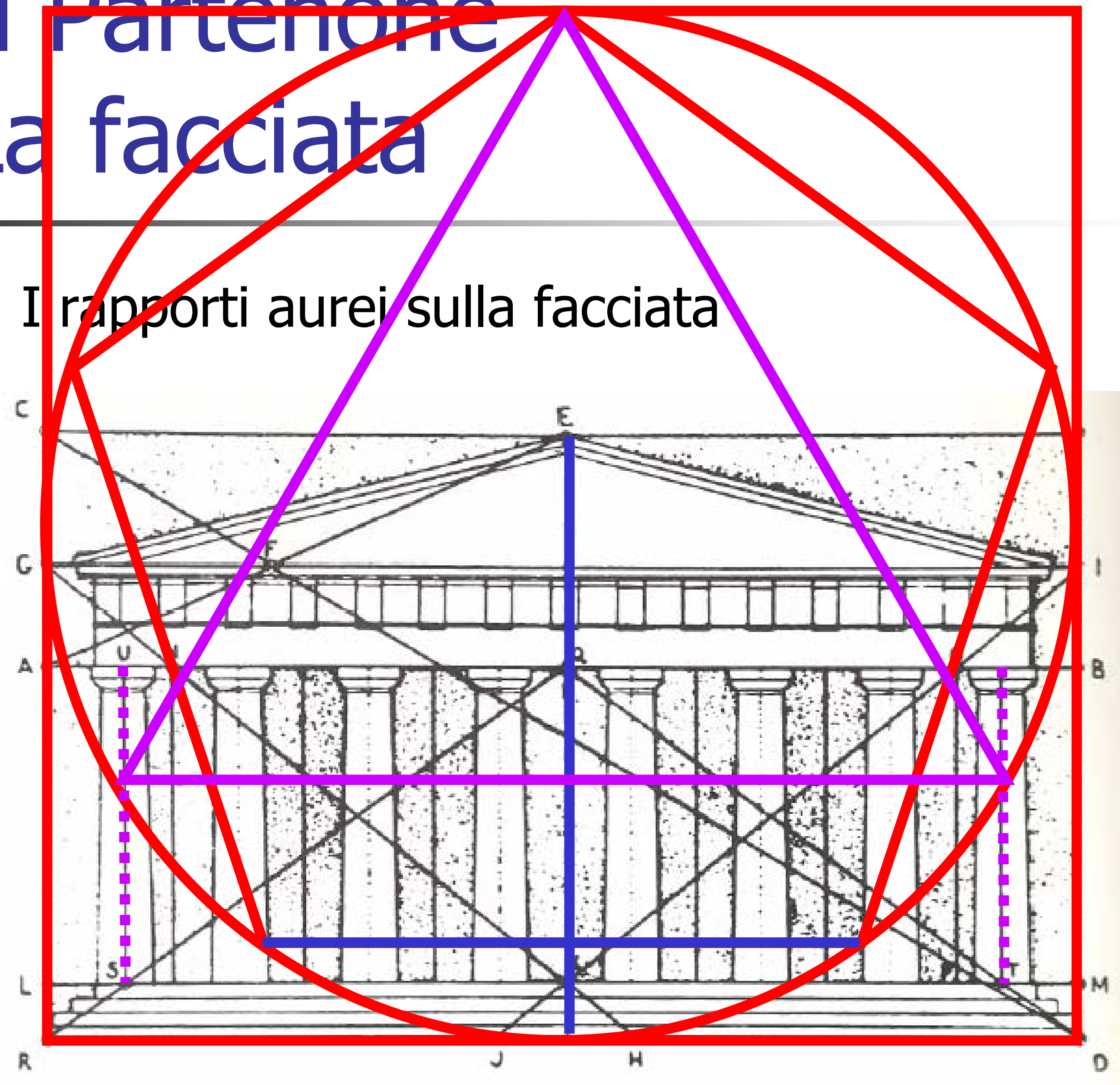
Il Partenone
La facciata

- I rapporti aurei sulla facciata



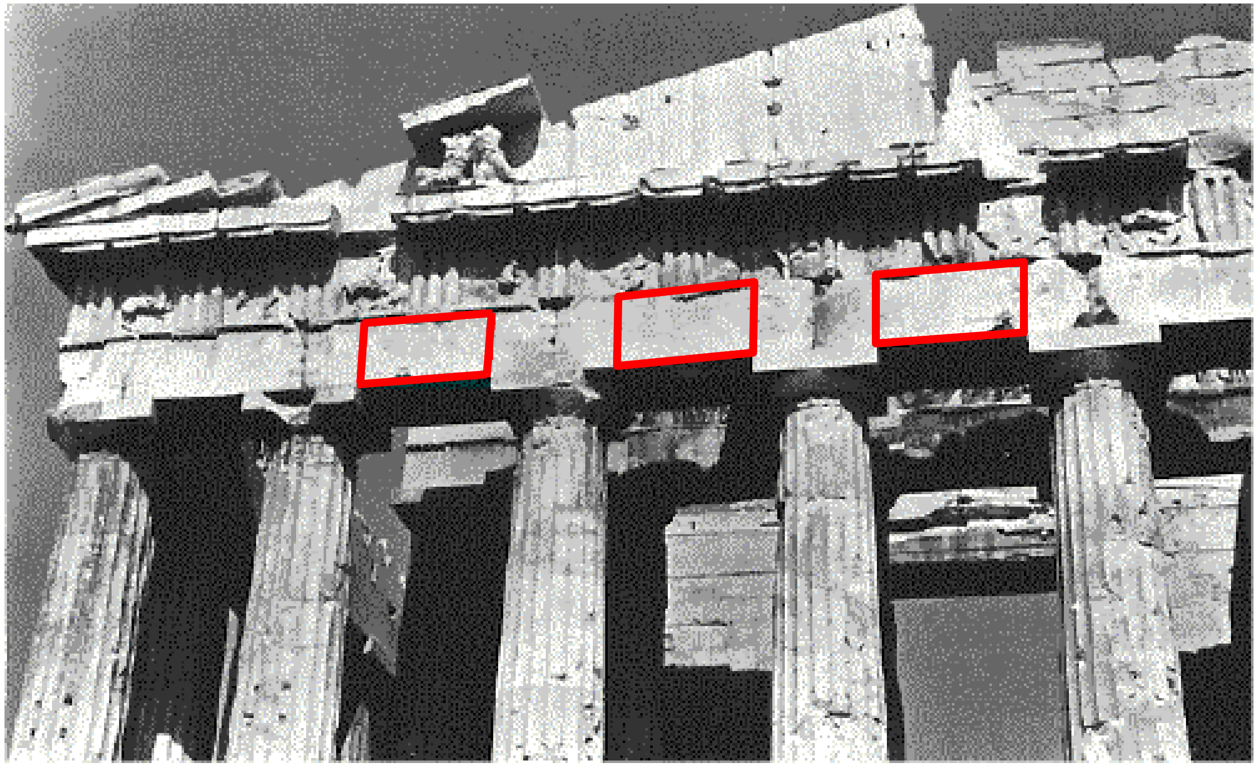
Il Partenone
La facciata

- I rapporti aurei sulla facciata



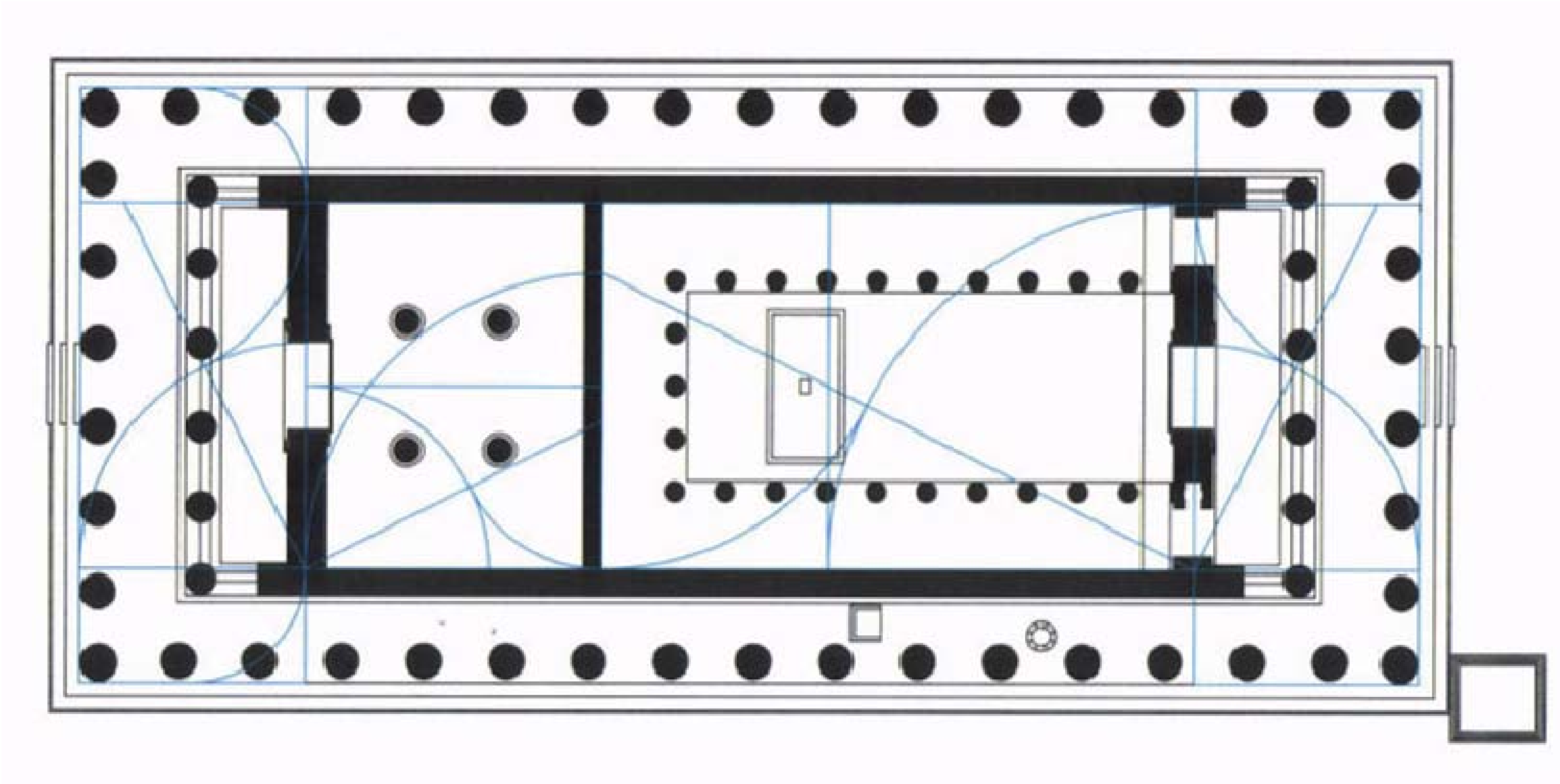
Il Partenone
La facciata

- I rettangoli aurei sull'architrave fra capitelli consecutivi



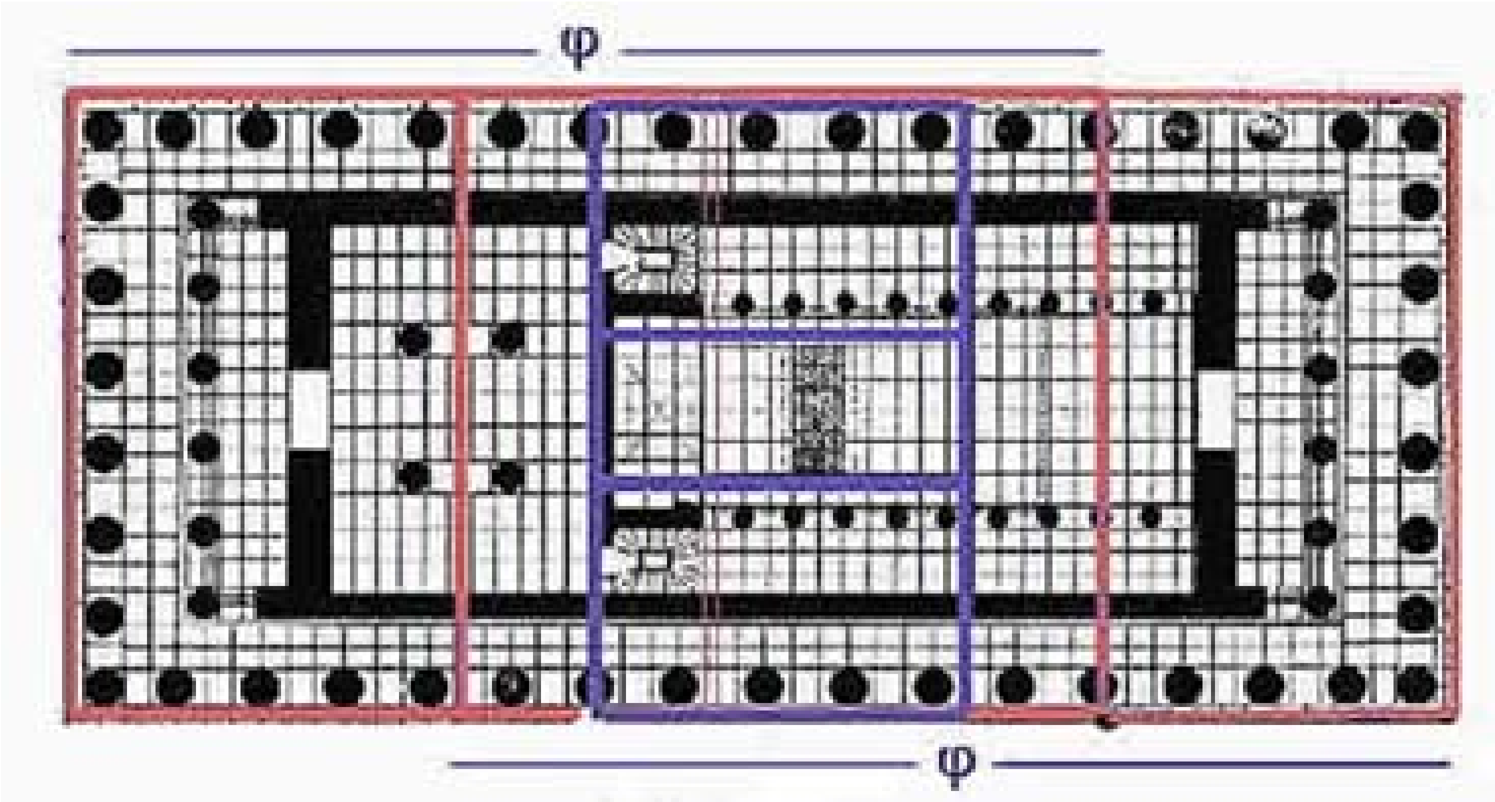
Il Partenone
La pianta

- Presenta numerosi rettangoli aurei, usati in maniera estesa nella suddivisione degli ambienti.



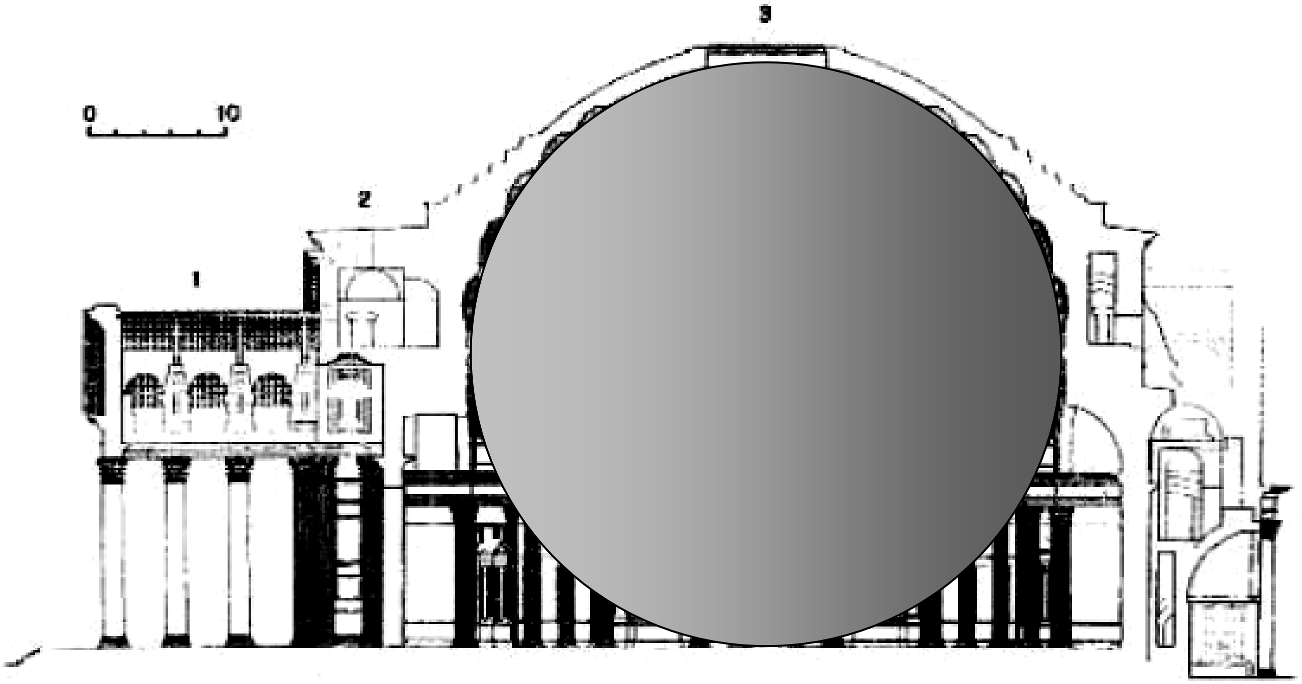
Il Partenone
La pianta

- Essa mostra che il tempio fu costruito su un rettangolo la cui lunghezza è $\sqrt{5}$ volte la larghezza



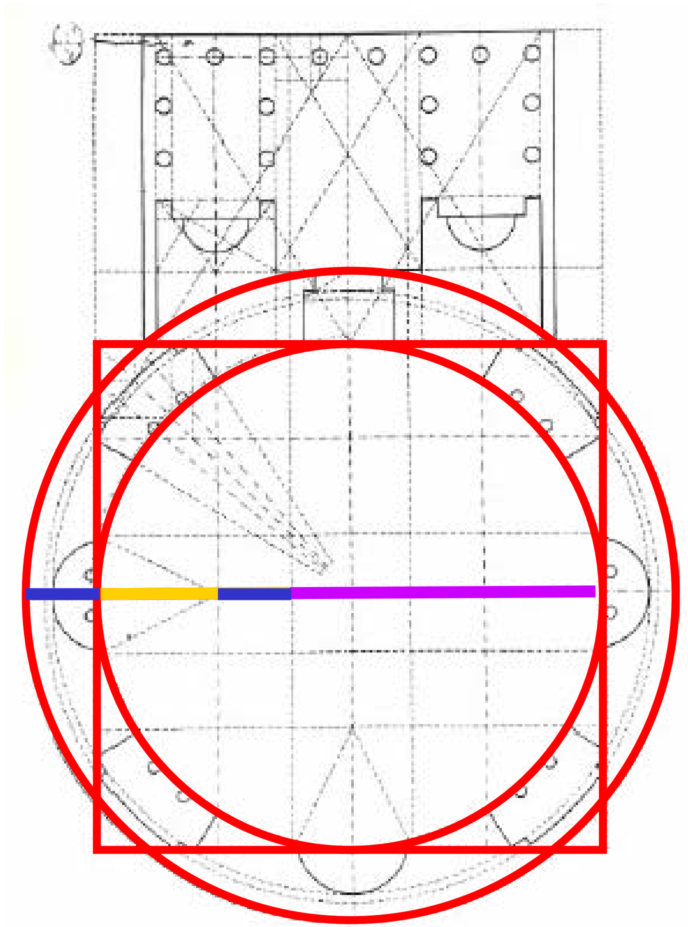
Il Pantheon

- L'altezza del tempio è uguale al diametro, secondo la norma data da Vitruvio per gli ambienti delle terme simili; la volta è la più grande fra quelle dell'antichità.



Il Pantheon
La pianta

- La distanza tra il cerchio inscritto e quello esterno è data dalla piccola φ trovata sulla minore φ dell’intero lato del quadrato
- Tutto il resto è regolato secondo lo stesso rapporto

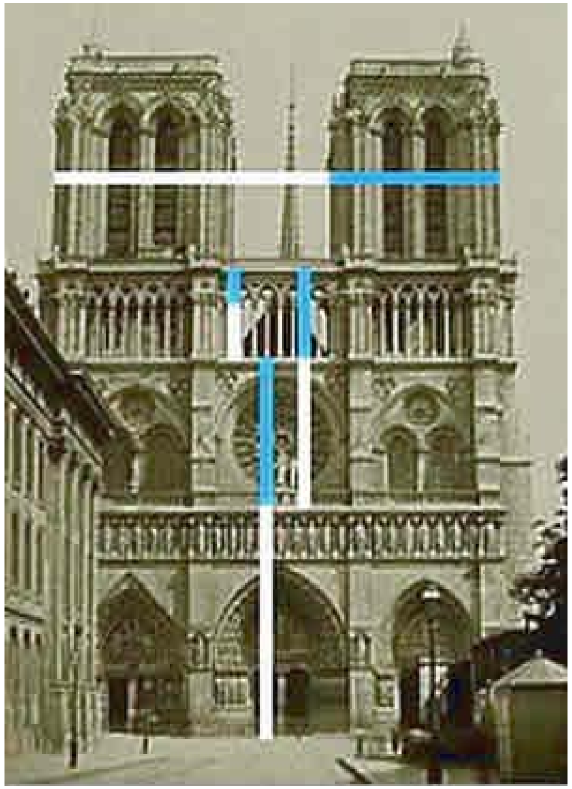


La Cattedrale di Notre Dame

- In tutte le cattedrali gotiche sparse nel mondo le costruzioni sono sempre basate sul quadrato, sul cerchio e sul pentagono, coniugando la simmetria razionale con quella irrazionale
- E' possibile dedurre che esiste una diretta connessione fra i sistemi greci e romani e quelli gotici; del resto, la presenza della *Sectio Aurea* ne è una indiscutibile prova.

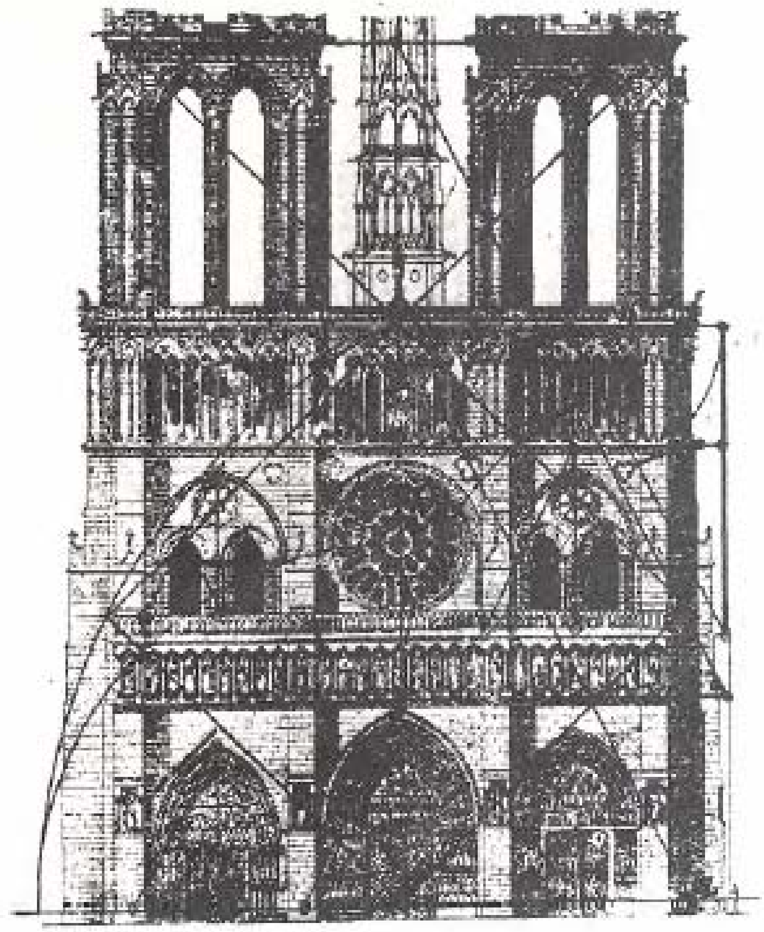
La Cattedrale di Notre Dame
La facciata

- Segmenti aurei individuati sulla facciata di Notre Dame



La Cattedrale di Notre Dame La facciata

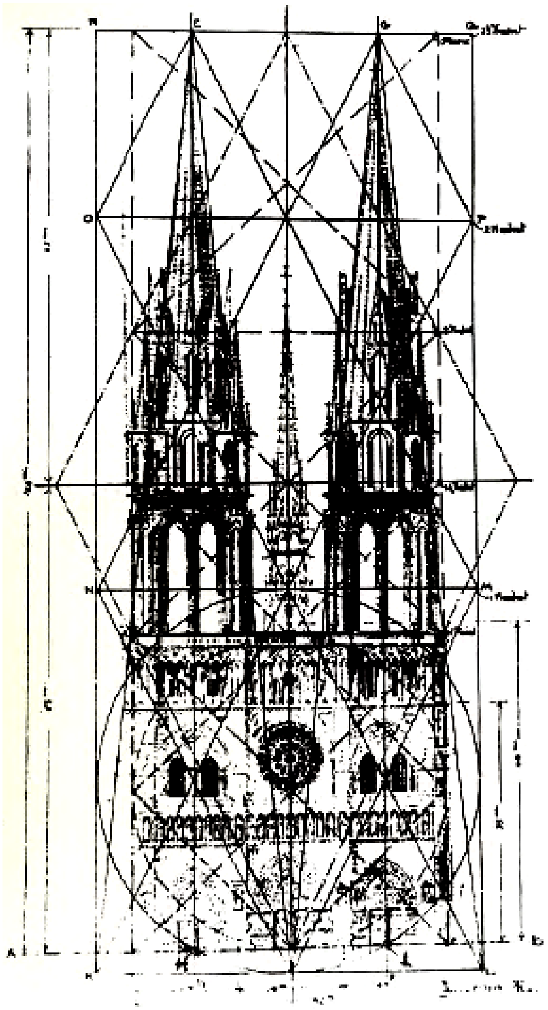
- In pianta la cattedrale misura, nella sua larghezza interna, in m 36, mentre la sua lunghezza, anche interna, è di m 108, che corrisponde a tre quadrati di 36 m di lato.
- La larghezza della facciata principale è di 42 metri. Se si prende come lato di un quadrato questa larghezza e si riporta sulla lunghezza del piano, abbiamo ancora tre quadrati e cioè 126 metri.
- Un'analisi del taglio trasversale rivela che anch'esso si inscrive in un quadrato, e che le divisioni principali sono determinate dall'angolo di 63° e 26' relativo al noto triangolo la cui base è uguale all'altezza, che si ritrova in tutta la costruzione.



L'analisi di Viollet Le Duc

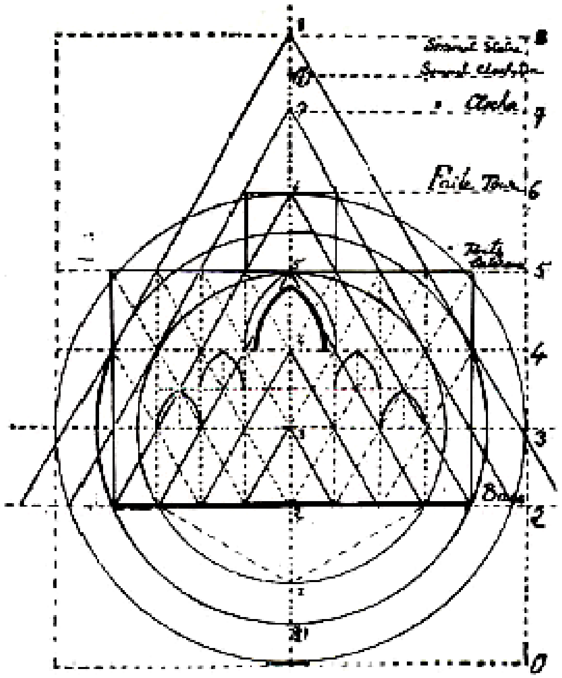
La Cattedrale di Colonia

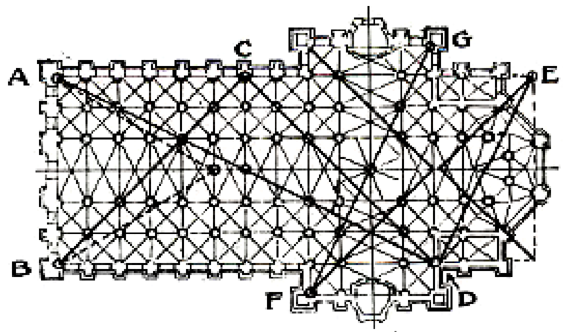
- Nella Cattedrale di Colonia si trova il rapporto φ con tale frequenza, che l’archeologo Lund la considera, fra tutte le cattedrali del Medio Evo, come la più apparentata al Partenone.



Il Duomo di Milano

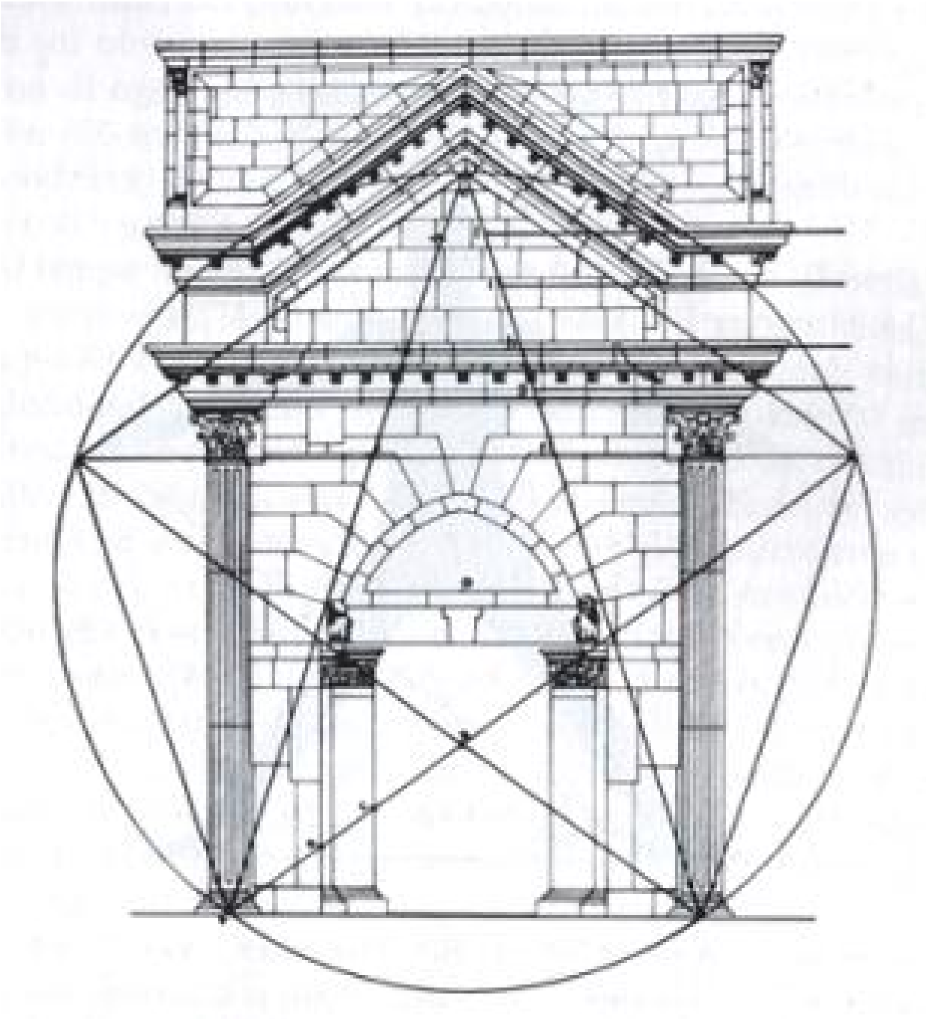
- La pianta fu costruita su due quadrati e dalle loro suddivisioni; però, al momento di definire l'altezza dell'edificio, sopraggiunse il timore che l'altezza imposta dal quadrato e dal suo noto triangolo, la cui altezza è uguale alla base, fosse troppo grande. La deliberazione del comitato fu per l'adozione di una altezza relativa al triangolo equilatero.





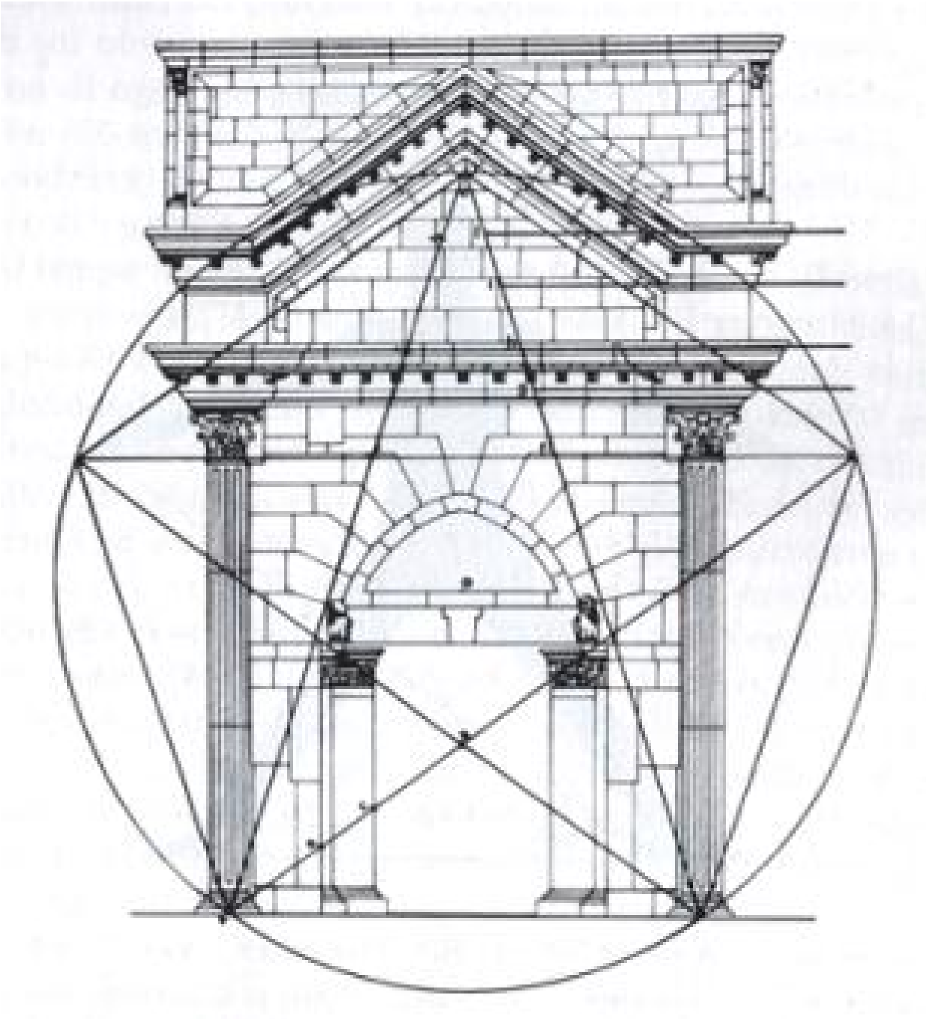
Il portale di Castel del Monte

- Esempio di architettura gotica in Puglia, fatto costruire da Federico II di Svevia nel 1240
- Il portale scaturisce dal pentagono stellato e dalla sua scomposizione secondo φ, le sue potenze e le sue radici
- Es.: Identificare φ sulla facciata



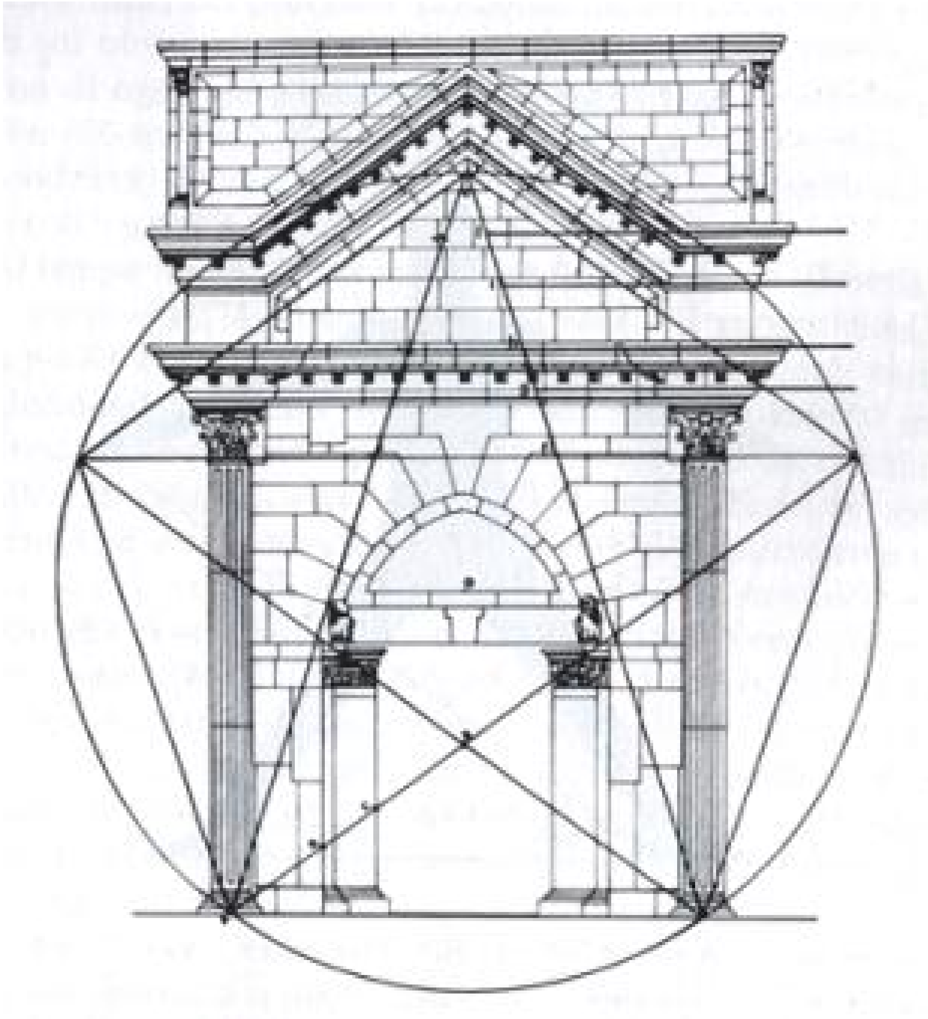
Il portale di Castel del Monte

- Esso ha dei punti salienti che coincidono con i vertici di un pentagono
- Per ottenere ciò è necessario che concorrano più elementi con particolari dimensioni:
  - la distanza delle due colonne
  - l’angolo del timpano
  - l’altezza del vertice del timpano
- Solo con le condizioni suddette è possibile tracciare un pentagono e dunque si può pensare che questo sia stato voluto.



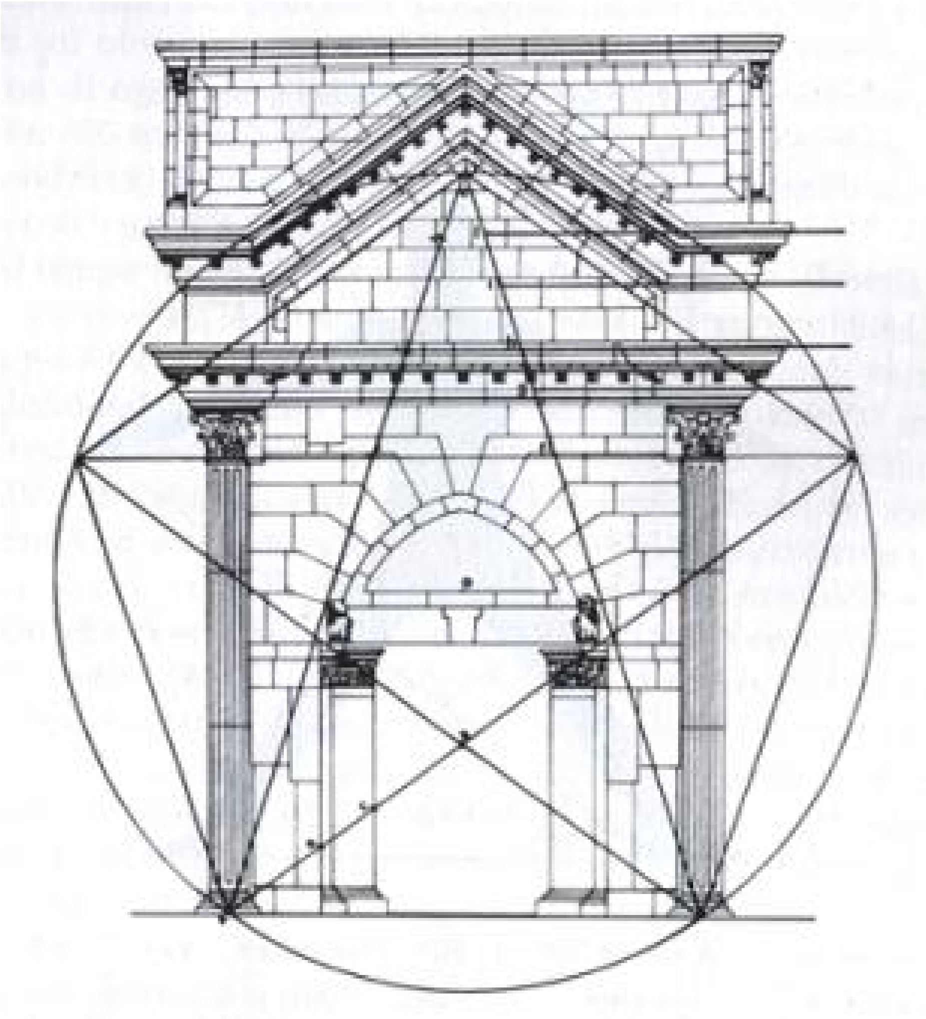
Il portale di Castel del Monte

- A confermare questa ipotesi concorrono molte altre combinazioni geometriche e planetarie che si trovano nel Castel del Monte
- Per es. i solstizi e gli equinozi sono segnalati dall'ombra del tetto sui punti salienti
- Nel perimetro esterno si possono inscrivere rettangoli il cui rapporto dei lati è "aureo"
- I punti dove il sole sorge e tramonta ai solstizi formano un rettangolo in proporzione aurea (questo avviene solo alla latitudine dove è situato il castello).



Il portale di Castel del Monte

- Il rapporto tra gli elementi, sempre di 1.6, fa sì che ci sia una giusta proporzione, per esempio, tra la larghezza e l'altezza delle aperture o tra un cerchio di pietre e l'altro
- Questo fa sì che stando dentro al monumento ci si senta a proprio agio e non si avverta minimamente l'incombenza della struttura, come ci si potrebbe aspettare, data la mole delle pietre che lo compongono.



Il Modulor di Le Corbusier

- "Il Modulor è uno strumento di misura nato dalla statura umana e dalla matematica. Un uomo con il braccio alzato fornisce nei punti determinanti dell'occupazione dello spazio, il piede, il plesso solare, la testa, l'estremità delle dita, essendo il braccio alzato, tre intervalli che generano una sere di sezioni auree dette di Fibonacci. D'altra parte, la matematica offre la variazione più semplice e nello stesso tempo più significativa di un valore: il semplice, il doppio, le due sezioni auree."
(da Le Corbusier: Il Modulor, 1949)