POTENZA DI FRAZIONI ALGEBRICHE

$$\left(\frac{2}{3}\right)^2 = \frac{4}{9}$$

$$\left(-\frac{2}{3}\right)^2 = \frac{4}{9}$$

$$\left(-\frac{2}{3}\right)^3 = -\frac{8}{27}$$

$$\left(\frac{2}{3}\right)^{-2} = \left(\frac{3}{2}\right)^2 = \frac{9}{4}$$

$$\left(\frac{x}{x-2}\right)^2 = \frac{x^2}{(x-2)^2}$$

$$\left(\frac{3x^2}{x+2}\right)^{-2} = \left(\frac{x+2}{3x^2}\right)^2 = \frac{(x+2)^2}{9x^4}$$

Per definizione, la **potenza** di una frazione algebrica è una frazione algebrica in cui:

- il *numeratore* è la potenza del numeratore;
- il *denominatore* è la potenza del denominatore;

$$\left(\frac{a}{b}\right)^c = \frac{a^c}{b^c}, \text{ con } c \in \mathbb{Z}.$$

Anche per le potenze delle frazioni algebriche si applicano le proprietà delle potenze numeriche

Se l'esponente è negativo

Poiché

$$\left(\frac{a}{b}\right)^{-n} = \left(\frac{b}{a}\right)^{n}, \text{ con } n \in \mathbb{N},$$

se l'esponente è negativo, alle C.E. della frazione $\frac{a}{b}$ dobbiamo aggiungere quelle della sua reciproca $\frac{b}{a}$, quindi:

$$\text{C.E.: } a \neq 0 \ \land \ b \neq 0.$$

ESEMPIO 1

$$\left(\frac{ab}{\underline{a-1}}\right)^{4} : \left(\frac{ab}{\underline{a-1}}\right)^{-3} \qquad \left[\frac{a^7 b^7}{(a-1)^7}\right]$$

$$\left(\frac{ab}{a-1}\right)^{4-(-3)} = \left(\frac{ab}{a-1}\right)^{7} = \frac{a^7 b^7}{(a-1)^7}$$

ESEMPIO 2

$$\left(\frac{2x^2-2}{x+1}\right)^{5} \cdot \left(\frac{x-1}{2}\right)^{-3} =$$

$$\boxed{\begin{array}{l} \text{C.E.} \\ x \neq \pm 1 \end{array}}$$

$$\left[\frac{2(x^2-1)}{x+1}\right]^{5} \cdot \left(\frac{2}{x-1}\right)^{3} = \left[\frac{2(x-1)\cancel{(x+1)}}{\cancel{x+1}}\right]^{5} \cdot \left(\frac{2}{x-1}\right)^{3} =$$

$$= \left[2(x-1)\right]^{5} \cdot \left(\frac{2}{x-1}\right)^{3} = 32(x-1)^{\cancel{5}\,2} \cdot \frac{8}{\cancel{(x-1)^3}} = 256(x-1)^{2}$$

C.E.
$y \neq 0$
$x \neq 4$
$x \neq 1$

ESERCITAZIONE

$$\left[\left(\frac{x^2y-5xy+4y}{4y^3-xy^3}\right)^{-5}\right]^{-1}\cdot\left(\frac{1}{x-1}\right)^2 =$$

$$=\left[\frac{\cancel{y}(x-4)(x-1)}{y^{\cancel{3}\,2}(4-x)}\right]^5\cdot\frac{1}{(x-1)^2}=$$

$$=\left[\frac{\cancel{(x-4)}(x-1)}{-y^2\cancel{(x-4)}}\right]^5\cdot\frac{1}{(x-1)^2}=$$

$$=\left[-\frac{x-1}{y^2}\right]^5\cdot\frac{1}{(x-1)^2}=-\frac{(x-1)^{\cancel{5}\,3}}{y^{10}}\cdot\frac{1}{\cancel{(x-1)^2}}=-\frac{(x-1)^3}{y^{10}}$$

CALCOLI

- $x^2y-5xy+4y=$
$=y(x^2-5x+4)=$
$=y(x-4)(x-1)$

- $4y^3-xy^3=$
$=y^3(4-x)$

SI CONSIGLIA DI SCRIVERE IL SEGNO "-" IN LINEA DI FRAZIONE

RISOLUZIONE DELLE ESPRESIIONI CON LE FRAZIONI ALGEBRICHE

Si applicano le stesse regole delle frazioni numeriche