

Problema 1

In un triangolo la somma dei quadrati dei suoi lati è 344 metri quadrati, una mediana misura 8 metri e il prodotto delle altre due è 97 metri quadrati. Determinare la misura dei lati.

Problema 2

Dividendo il polinomio $P(x)$ per il binomio $x-a$ si ottiene come resto a ; dividendolo per $x-b$ si ottiene come resto b . Trovare il resto che si ottiene se lo si divide per $x^2 - (a+b)x + ab$

Problema 3

I numeri 46 e 96 hanno una curiosa proprietà e precisamente il loro prodotto non cambia se scambiamo le cifre infatti $46 \times 96 = 4416 = 64 \times 69$. Determinare tutte le coppie di due cifre che posseggono la stessa proprietà. (Trascurando le coppie con le cifre uguali per es. 22 e 33, e quelli con le cifre scambiate, per es. 23 e 32)

Quesiti

1) Un rettangolo ha perimetro P metri e area A metri quadrati. Quale delle seguenti relazioni devono soddisfare i valori di P e A ?

- A) $P^3 > A$ B) $A^2 > 2P+1$ C) $P^2 \geq 16A$ D) $P \cdot A \geq A+P$

2) Nell'intervallo $0 \leq x \leq 2\pi$ l'equazione $\cos^8 x + \sin^6 x = 1$ ammette

- A) 3 soluzioni B) 4 soluzioni C) 6 soluzioni D) 8 soluzioni

3) Se $\log_a x = 3$ e $\log_b x = 4$ allora $\log_{ab} x =$

- A) 12 B) $\frac{8}{3}$ C) $\frac{12}{7}$ D) $\frac{8}{7}$

4) Qual è il luogo geometrico dei punti del piano tali che sia 1 la somma dei quadrati delle loro distanze dalle rette di equazione $3x+4y-1=0$ e $4x-3y+2=0$?

- A) Una retta B) Una circonferenza C) Una parabola D) Un'iperbole

5) Nel triangolo ABC se l'angolo in A è 45° , $a = 7$ e $b = 10$ quanti triangoli distinti si possono formare?

- A) 0 B) 1 C) 2 D) 4

6) Quanti numeri di 4 cifre distinte si possono formare con $\{8,7,6,5,0\}$ escludendo quelli che iniziano con lo zero?

- A) 24 B) 96 C) 120 D) 144

- 7) Se $3x-x^2 \geq 2$ e $y^2+y \leq 2$ allora:
- A) $-1 \leq xy \leq 2$ B) $-2 \leq xy \leq 2$ C) $-4 \leq xy \leq 4$ D) $-4 \leq xy \leq 2$
- 8) Se $f(x) = \frac{x}{x-1}$ e $f^2(x) = f(f(x)), f^3(x) = f(f^2(x)), \dots, f^n(x) = f(f^{n-1}(x))$
dove n è un numero intero positivo diverso da 1. Qual è il più piccolo valore di n tale che $f^n(x) = f(x)$?
- A) 2 B) 3 C) 4 D) 6
- 9) Se una famiglia ha tre figli qual è la probabilità che almeno uno sia maschio?
- A) $\frac{7}{8}$ B) $\frac{1}{4}$ C) $\frac{1}{2}$ D) $\frac{3}{8}$
- 10) Ogni alunno di una classe di 50 studenti studia solo una delle due lingue, il francese o lo spagnolo e solo una delle due discipline, matematica o fisica. Sapendo che solo 16 studenti studiano sia il francese che la matematica, 26 studenti studiano lo spagnolo e 12 studenti fisica, quanti studenti studiano sia spagnolo che fisica?
- A) 4 B) 5 C) 6 D) Nessuna delle precedenti
- 11) Quante sono al variare del parametro k le tangenti comuni alle due circonferenze di equazione:
 $x^2 + y^2 = 4$ e $(x-k)^2 + y^2 = 1$?
- A) 0, 2 oppure 4 B) 2 C) 0, 1 oppure 2 D) 0, 1, 2, 3 oppure 4
- 12) La somma dei quadrati di tre numeri in progressione aritmetica di ragione 2 è uguale ad un numero di tre cifre tutte dispari e distinte tra loro. Quante sono le terne si fatte?
- A) 1 B) infiniti C) tre D) Sono errate tutte le precedenti
- 13) Ad una gara di ballo partecipano 9 coppie. Ogni partecipante possiede un numero tra 1 e 18. Curiosamente si scopre che la somma dei due numeri dei partner di ogni coppia è un quadrato. Marina, uno dei partecipanti, possiede il numero 1, qual è il numero del suo partner?
- A) 8 B) 3 C) 15 D) Non è possibile stabilirlo
- 14) Mario ha dimenticato il suo codice Bancomat. Ricorda solo che erano 5 cifre tutte distinte e in ordine crescente e che una di esse era 6. Quanti sono i possibili codici?
- A) $C_{9,4}$ B) $D_{9,4}$ C) P_9 D) Sono errate tutte le precedenti.

15) L'equazione $\begin{cases} x = \cos 2t \\ y = \sin t \end{cases} \quad t \in [0; 2\pi]$ rappresenta:

- A) Una circonferenza B) Una parabola
C) Un arco di circonferenza D) Un arco di parabola

16) Quale tra queste trasformazioni rappresenta una Similitudine?

A) $\begin{cases} x' = 3x + 2y \\ y' = 2x - 3y \end{cases}$ B) $\begin{cases} x' = 3x - 2y \\ y' = 2x - 3y \end{cases}$ C) $\begin{cases} x' = 3x + 3y \\ y' = 2x - 2y \end{cases}$ D) $\begin{cases} x' = 3x + 3y \\ y' = 2x + 2y \end{cases}$

17) L'equazione $px^3 + x^2 - x + p = 0$ con p numero primo,

- A) Non ha soluzioni reali B) Ha una soluzione intera
C) Ha tre soluzioni razionali D) Sono errate tutte le precedenti.

18) Il rapporto tra i volumi di due cubi è 7, qual è il rapporto tra le loro superfici?

- A) $\sqrt[3]{7}$ B) $\sqrt[3]{49}$ C) 7 D) $\sqrt{7}$

19) Un gruppo di studenti organizza una maratona. Il 30% dei partecipanti è fuori allenamento. Si ipotizza che tra quelli che non sono allenati riescono a terminare la gara il 60%, mentre tra quelli allenati riescono a terminare la gara il 95%. Preso a caso uno dei partecipanti che ha terminato la gara, qual è la probabilità che questi appartenga al gruppo di quelli allenati?

- A) $\frac{169}{200}$ B) $\frac{133}{169}$ C) $\frac{133}{200}$ D) Nessuna delle precedenti

20) Qual è l'ultima cifra del numero $4^{2012} + 2012^4$?

- A) 2 B) 4 C) 6 D) 0

21) L'area della regione di piano costituita dai punti $(x; y)$ che verificano la disuguaglianza $|x| + |x + y| \leq 2$ vale:

- A) $\frac{32}{3}$ B) 8 C) $\frac{16}{3}$ D) 16

22) Data l'equazione $x^{\sqrt{3}} = (\sqrt{3})^x$, quale tra queste affermazioni è corretta?

- A) l'unica soluzione è $x = \sqrt{3}$ B) $x = 3$ è una soluzione C) $x = 2\sqrt{3}$ è una soluzione D)
 $x = 3\sqrt{3}$ è una soluzione

- 23) Alcuni matematici hanno studiato i numeri naturali “speciali” (di cui non conosciamo la definizione) ed hanno dimostrato i teoremi sotto elencati. Uno di essi implica tutti gli altri. Quale?
- A) Ci sono infiniti numeri dispari che non sono speciali
 B) Ci sono infiniti numeri dispari ed infiniti numeri pari che non sono speciali
 C) Per ogni numero speciale c'è un numero naturale non speciale maggiore di esso
 D) I numeri speciali hanno al massimo 1000 cifre
- 24) Dati i numeri $x = 10^{(10)^{10}}$ e $y = 2^{(10)^{11}}$ quale tra seguenti affermazioni è corretta?
- A) $y^2 < x$ B) $y > x^3$ C) $x < y < x^2$ D) nessuna delle precedenti
- 25) Data l'equazione $ax^5 + (a-1)x^4 + 2ax^3 + x^2 - x - 1 = 0$, per quale valore di a la somma delle soluzioni è 0?
- A) 1 B) 0 C) -1 D) per infiniti valori di a
- 26) Una piramide retta avente per base un quadrato di lato l ha le facce laterali inclinate di 45° sul piano di base. Il suo volume è:
- A) l^3 B) $\frac{1}{6}l^3$ C) $\frac{1}{2}l^3$ D) $\frac{1}{3}l^3$
- 27) Un poliedro possiede 20 facce e 12 vertici. Allora i suoi spigoli sono:
- A) 30 B) 32 C) 34 D) non è possibile stabilirlo
- 28) Nel modello di Geometria Ellittica quante sono le rette parallele ad una data retta condotte da un punto non appartenente alla retta?
- A) Una B) Due C) Infinite D) Nessuna
- 29) Se $\text{sen}x = \frac{1}{3}$ allora $\text{sen}3x =$
- A) 1 B) $\frac{2}{3}$ C) $\frac{3}{4}$ D) sono errate tutte le precedenti
- 30) Quanto vale $\text{sen}(\text{arctg} \frac{1}{3})$?
- A) l'espressione è priva di significato B) $\frac{1}{2}$ C) $\frac{1}{\sqrt{10}}$ D) $\pm \frac{1}{\sqrt{10}}$