

FORMULE DI BISEZIONE

Si ottengono dalle formule di duplicazione sostituendo nelle formule α a 2α ($\alpha/2$ a α)

$$\operatorname{sen} 2\alpha = 2 \cdot \operatorname{sen} \alpha \cdot \cos \alpha \quad \rightarrow \quad \operatorname{sen} \alpha = 2 \operatorname{sen} \frac{\alpha}{2} \cos \frac{\alpha}{2}$$

$$\cos 2\alpha = \cos^2 \alpha - \operatorname{sen}^2 \alpha \quad \rightarrow \quad \cos \alpha = \cos^2 \frac{\alpha}{2} - \operatorname{sen}^2 \frac{\alpha}{2}$$

$$\cos 2\alpha = 2 \cos^2 \alpha - 1 \quad \rightarrow \quad \cos \alpha = 2 \cos^2 \frac{\alpha}{2} - 1 \quad (1)$$

$$\cos 2\alpha = 1 - 2 \operatorname{sen}^2 \alpha \quad \rightarrow \quad \cos \alpha = 1 - 2 \operatorname{sen}^2 \frac{\alpha}{2} \quad (2)$$

- dalla (1) si ricava $\cos \frac{\alpha}{2} = \pm \sqrt{\frac{1 + \cos \alpha}{2}}$

- dalla (2) si ricava $\operatorname{sen} \frac{\alpha}{2} = \pm \sqrt{\frac{1 - \cos \alpha}{2}}$

e di conseguenza $\operatorname{tg} \frac{\alpha}{2} = \pm \sqrt{\frac{1 - \cos \alpha}{1 + \cos \alpha}} = \frac{1 - \cos \alpha}{\operatorname{sen} \alpha} = \frac{\operatorname{sen} \alpha}{1 + \cos \alpha}$

FORMULE PARAMETRICHE

Poniamo $t = \operatorname{tg} \frac{\alpha}{2}$ e sfruttiamo l'identità $1 + t^2 = \frac{1}{\cos^2 \frac{\alpha}{2}}$

Ricavando $\cos^2 \frac{\alpha}{2}$ abbiamo $\cos^2 \frac{\alpha}{2} = \frac{1}{1 + t^2} \rightarrow \cos \frac{\alpha}{2} = \frac{1}{\sqrt{1 + t^2}} ; \operatorname{sen} \frac{\alpha}{2} = \frac{t}{\sqrt{1 + t^2}}$

Allora

$$\operatorname{sen} \alpha = \frac{2t}{1 + t^2} \quad \cos \alpha = \frac{1 - t^2}{1 + t^2} \quad \operatorname{tg} \alpha = \frac{2t}{1 - t^2}$$

Se poniamo t uguale a valori interi otteniamo
le terne pitagoriche (misure intere di lati di triangoli rettangoli)

Ad esempio per $t = 2$ abbiamo la terna $(3, 4, 5)$

per $t = 3$ abbiamo la terna $(6, 8, 10)$

per $t = 100$ abbiamo la terna $(200, 9999, 10001)$