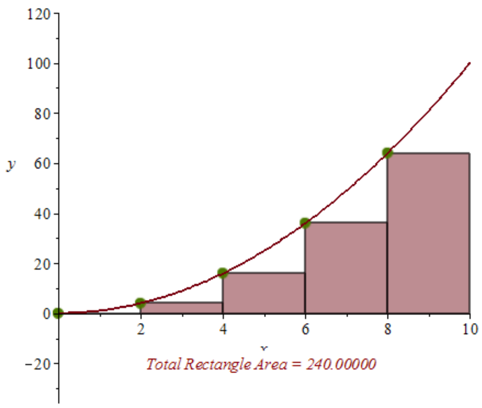
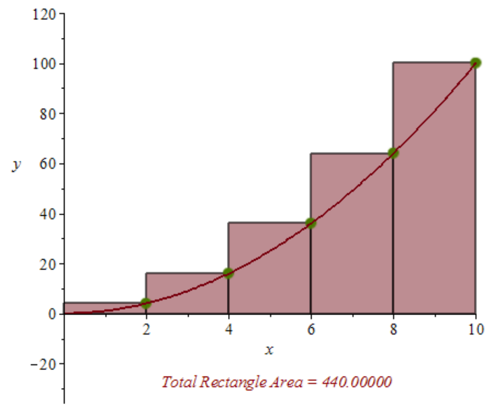
ESERCIZI SULLA PARABOLA

1. Data la parabola $y = x^2$ nell'intervallo [0 , 10] .

   a) dividere tale intervallo in 5 parti uguali e calcolare l'area per difetto e l'area per eccesso con il metodo dei rettangoli visto sopra





	A	B	C	D	E
1	somma per difetto			somma per eccesso	
2					
3	x	f(x)=x^2	Passo = 2	x	f(x)=x^2
4	0	0		2	4
5	2	4		4	16
6	4	16		6	36
7	6	36		8	64
8	8	64		10	100
9					
10	tot somma difetto	240		tot somma eccesso	440
11					

b) Calcolare $\int_0^{10} x^2 \, dx$

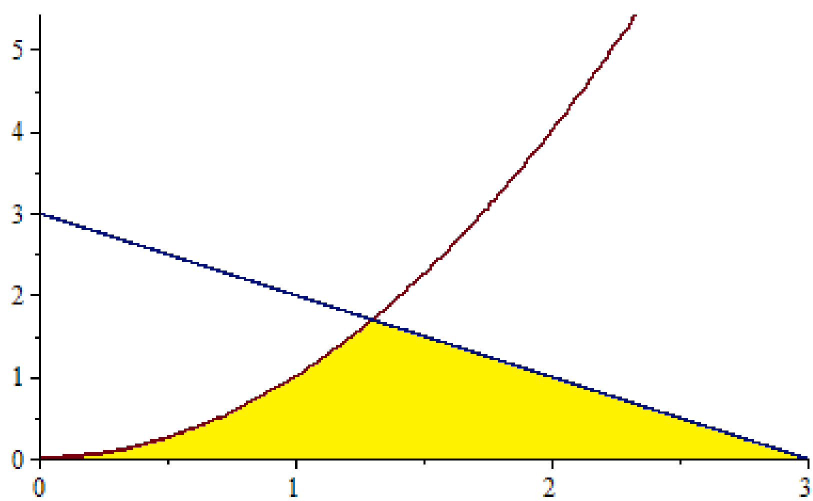
$$\frac{1000}{3} \quad (1)$$

c) Calcolare $\int_{\frac{3}{2}}^{10} x^2 \, dx$

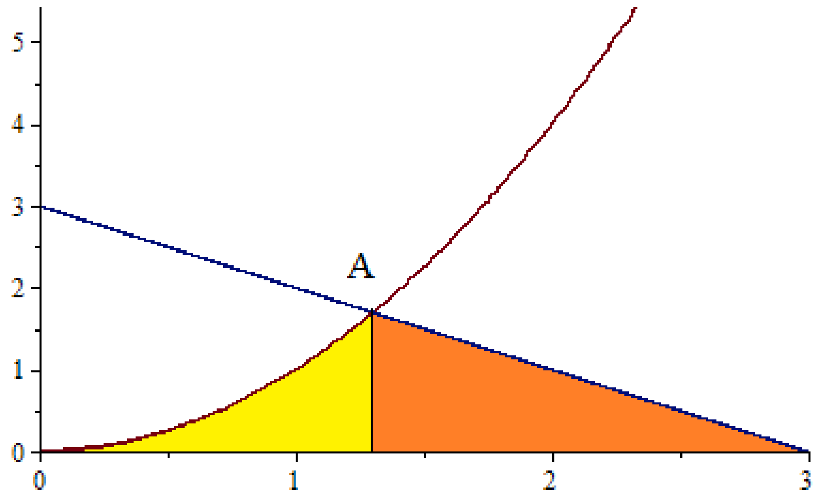
$$\frac{7973}{24} \quad (2)$$

Esempio 3 Calcolare l'area in figura in forma decimale approssimando a due cifre decimali

$plot([x^2, -x+3], x = 0..3)$



L'area che vogliamo calcolare è la parte di piano compresa tra la parabola , la retta $y = -x + 3$ e l'asse x delle ascisse .
E' formata dalla somma di un triangoloide e di un triangolo



Per poter svolgere i calcoli è necessario conoscere le coordinate del punto A intersezione parabola-retta , risolvendo il sistema $\{\ y = x^2\ ,\ y = -x + 3$

$fsolve(\{x^2 + x - 3 = 0\}, x);$

$$\{x = -2.302775638\}, \{x = 1.302775638\} \tag{3}$$

$eval(x^2, x = 1.3027)$

$$1.69702729 \tag{4}$$

$A = (1.30\ , 1.70)$

Ora possiamo calcolare l'area del triangoloide giallo

$\int_0^{1.30} x^2\, dx$

$$0.7323333333 \tag{5}$$

e l'area del triangolo rosso

restart

$base := 3 + 1.30$

$$4.30 \tag{6}$$

$altezza := (1.30)^2$

$$1.6900 \tag{7}$$

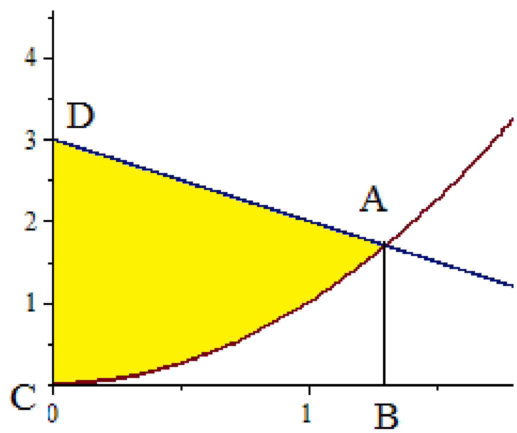
Area triangolo rosso $= eval\left(\dfrac{base \cdot altezza}{2}\right)$

$$3.633500000 \tag{8}$$

Area della figura $= 0.72 + 3.63$

$$4.35 \tag{9}$$

Esempio 4 Calcolare l'area della figura in forma decimale approssimando a due cifre decimali



$A = (1.30\ ,\ 1.70)$ $B = (1.30\ ,\ 0)$ C (0,0) D = (0, 3)

Area trapezio $= simplify\left(\dfrac{(3 + 1.70) \cdot (1.30)}{2}\right)$

$$3.055000000 \tag{10}$$

Area gialla = Area trapezio ABCD - $\int_0^{1.30} x^2 \, dx$ $= simplify\left(3.06 - \int_0^{1.30} x^2 \, dx\right)$

$$2.327666667 \tag{11}$$

COMPITI IN PREPARAZIONE DELLA VERIFICA DEL 23/09/2014

Calcolare l'area esatta delle seguenti figure colorate

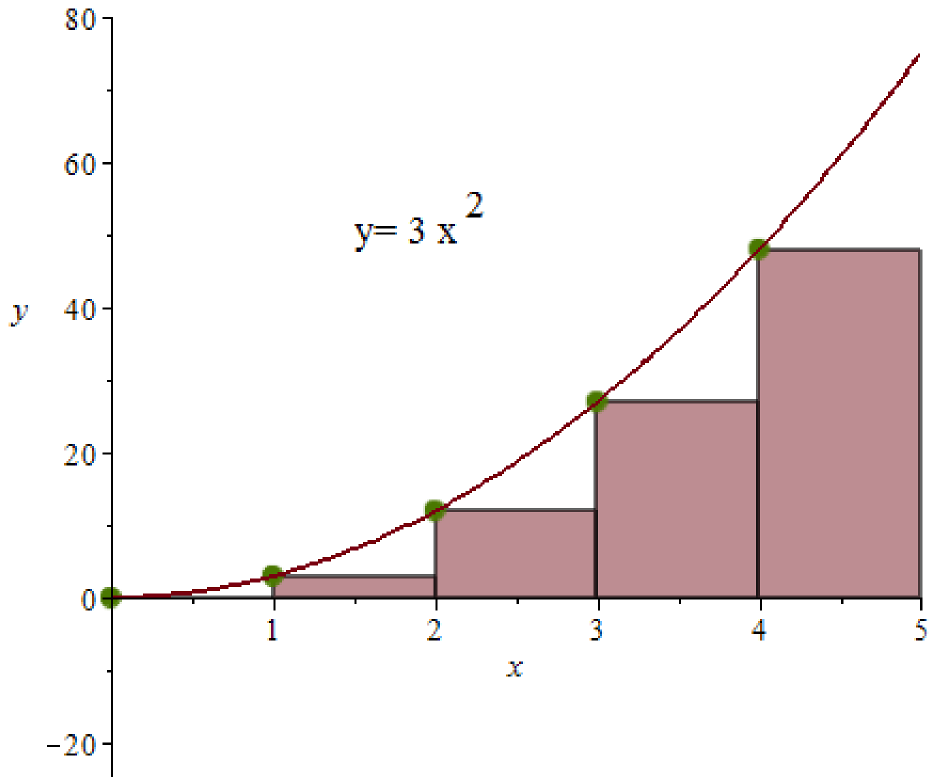


figura 1 Area $= 0 \cdot 1 + 1 \cdot 1 + 1 \cdot 4 + 1 \cdot 9 + 1 \cdot 16 = 30$

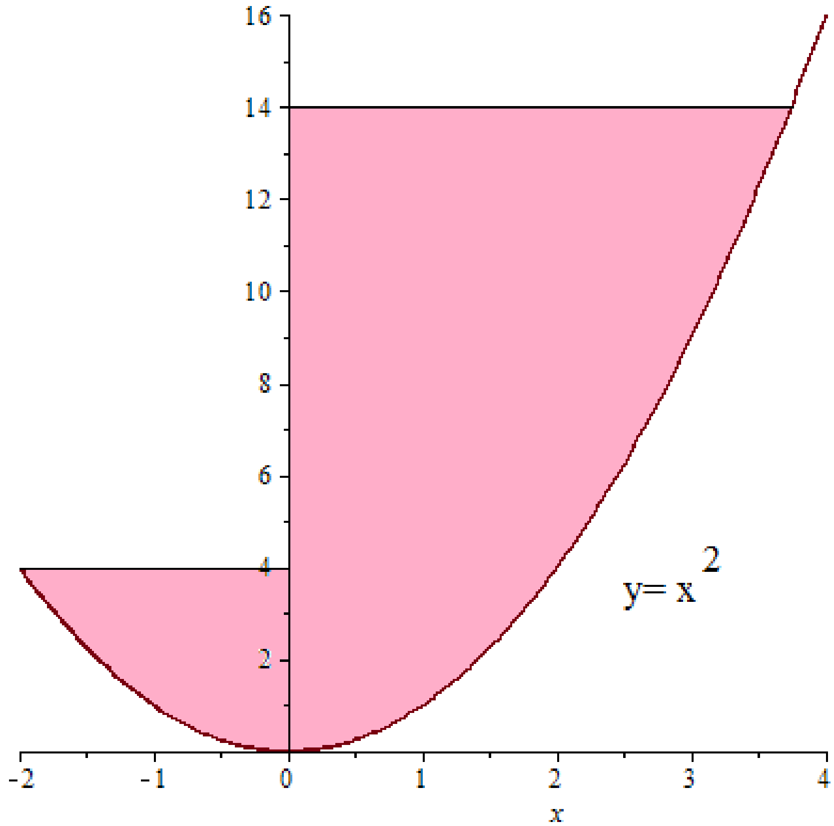


figura 2

$evalf\left(\sqrt{14}\right)$

$$3.741657387 \tag{12}$$

Area figura (rosa) $= \int_0^2 x^2\, dx + \int_0^{3.74} x^2\, dx$

$$20.10454134 \tag{13}$$

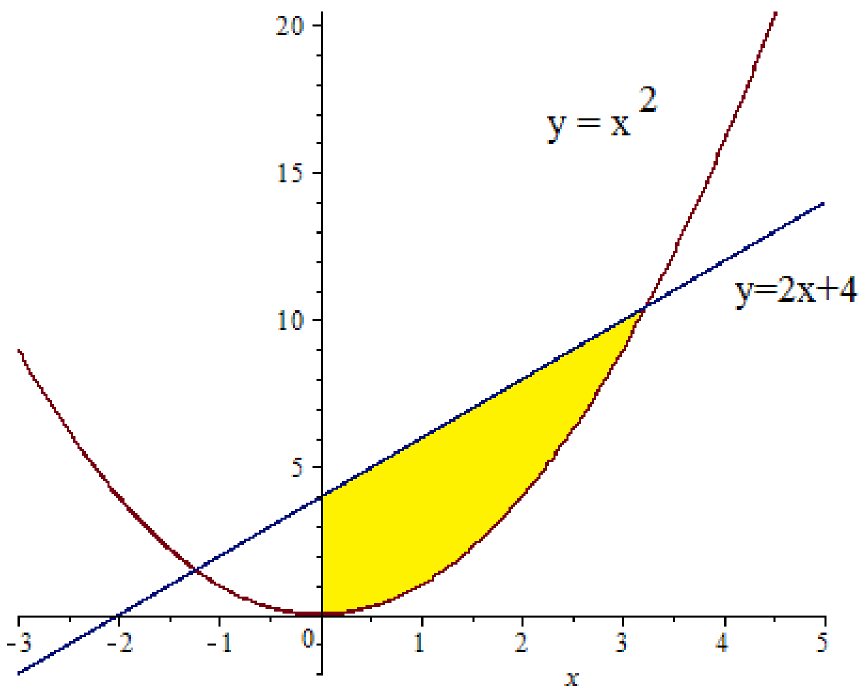


figura 3

calcolo le ascisse dei punti di intersezione retta - parabola $fsolve\left(x^2 = 2\cdot x + 4\ , x\right)$

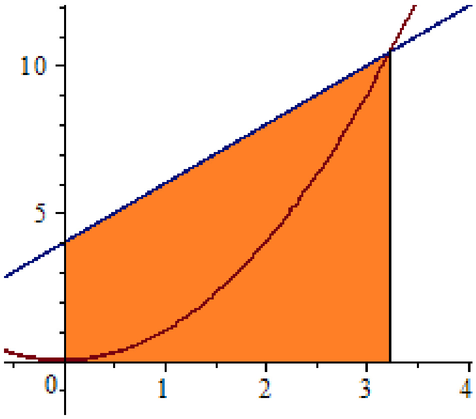
$$-1.236067977, 3.236067977 \tag{14}$$

calcolo l'ordinata del punto di intersezione nel primo quadrante $eval(2\cdot x + 4\ , x = 3.23)$

$$10.46 \tag{15}$$

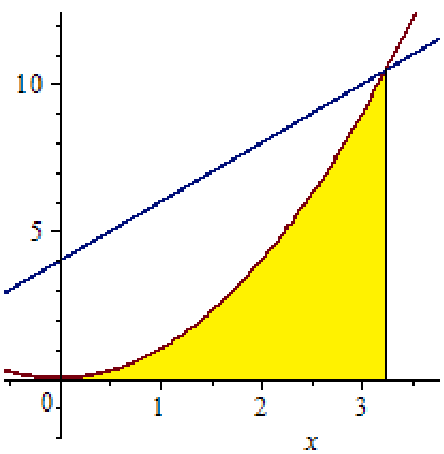
calcolo l'area del trapezio di basi 5 , 10.46 e altezza 3.23 $eval\left(\frac{(5 + 10.46)\cdot 3.23}{2}\right)$

$$24.96790000 \tag{16}$$



calcolo l'area del triangoloide $\int_0^{3.23} x^2 \, dx$

$$11.23275567 \quad \textbf{(17)}$$



L'area cercata sarà la differenza tra l'area del trapezio e quella del rettangoloide
eval(24.97 − 11.32)

$$13.65 \quad \textbf{(18)}$$

L'area della figura 4 è la somma dell'area appena trovata e dell'area del triangolo di base 2 e altezza 4 *eval*(13.65 + 4)

$$17.65 \quad \textbf{(19)}$$

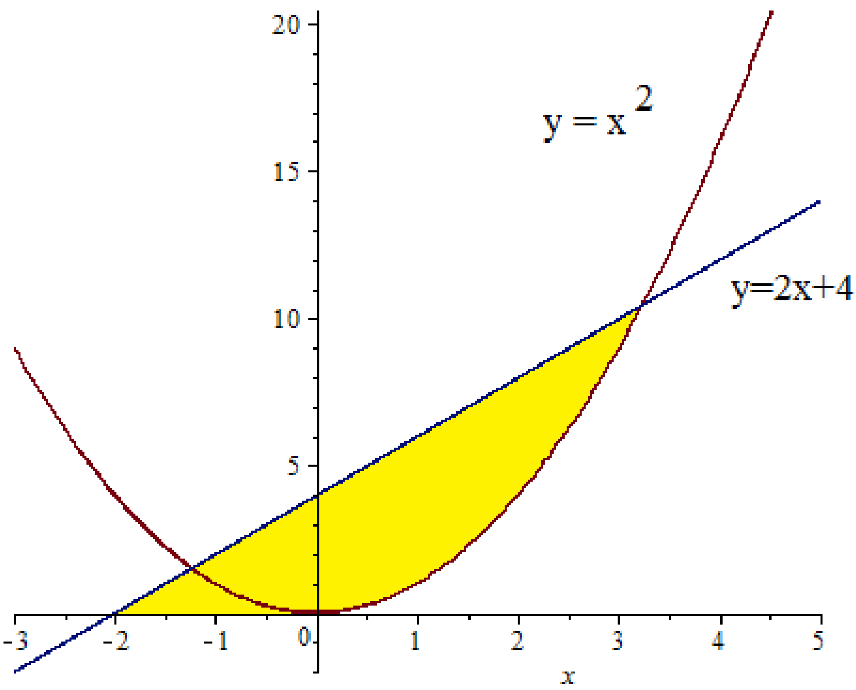


figura 4

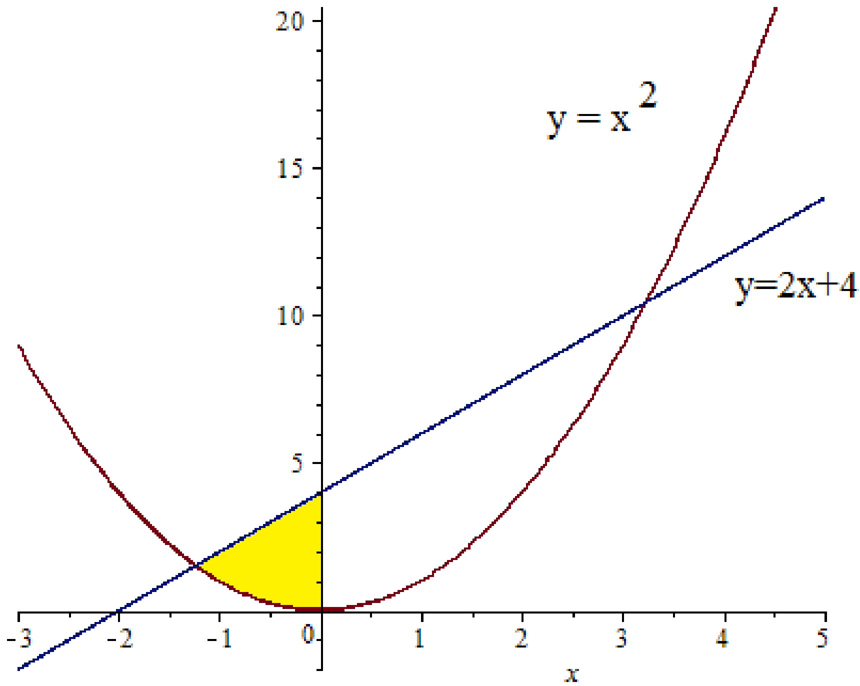
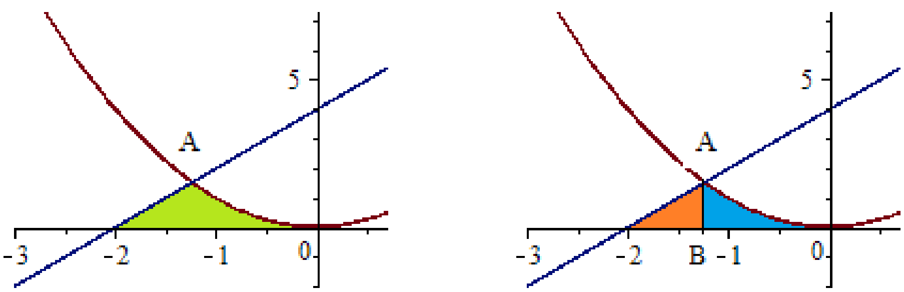
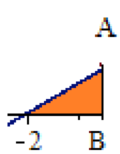


figura 5
L'area della figura 5 si determina per sottrazione (area triangolo - area bianca)



A=(-1,23 ; 1,54) B=(-1,23 ; 0)

area triangolo  0,5929 area triangoloide blu = $\int_{0}^{1.23} x^2 \, dx$

$$0.6202890000 \quad \textbf{(20)}$$

area triangoloide verde $eval(0.52 + 0.60)$

$$1.12 \quad \textbf{(21)}$$

area richiesta = $eval(4 - 1.12)$

$$2.88 \quad \textbf{(22)}$$

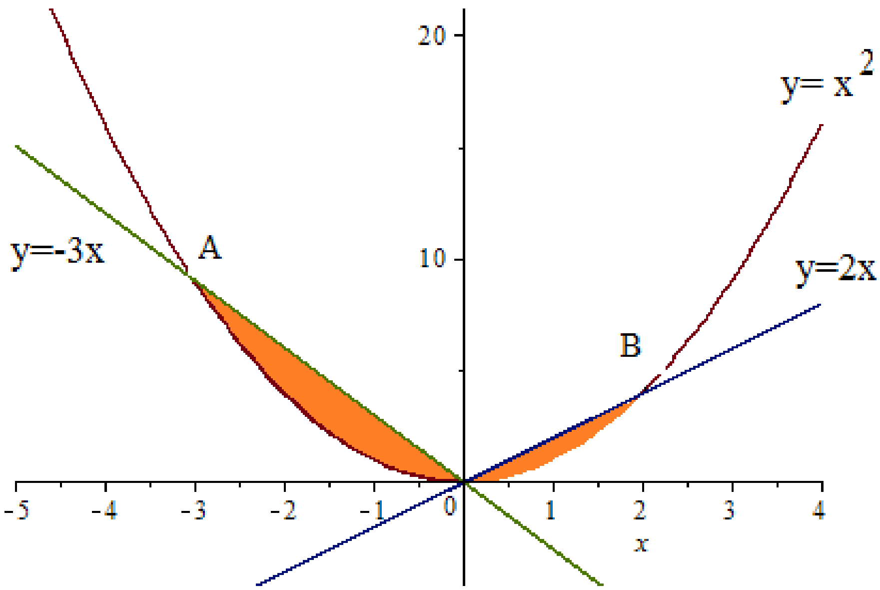


figura 6

determino le coordinate di A =(- 3 , -9) e di B=(2 , 4)

l'area di sinistra si calcola come AREA TRIANGOLO (3,9) - $\int_{0}^{3} x^2 \, dx = \frac{3 \cdot 9}{2} - \int_{0}^{3} x^2 dx$

$$\frac{9}{2} \quad \textbf{(23)}$$

l'area di destra si calcolo come AREA TRIANGOLO (2,4) -$\int_{0}^{2} x^2 \, dx = \frac{2 \cdot 4}{2} - \int_{0}^{2} x^2 \, dx$

$$\frac{4}{3} \quad \textbf{(24)}$$

Area totale $= \frac{9}{2} + \frac{4}{3}$

$$\frac{35}{6} \quad \textbf{(25)}$$