***Risolviamo il problema 2.*** Per soddisfare le richieste, si può eseguire il seguente codice Maple:

```
restart:
with(plots):
Digits:=15:
rinit:=1.9:
rfin:=3:
suddiv:=165:
N:=2100:
dalpasso:=2001:
pts:=N-dalpasso:
h:=0:
for r from rinit to rfin by ((rfin-rinit)/suddiv) do
  x:=0.1;
  for k from 1 to N do
    x:=(1+r*(1-x))*x;
    pts.k:=[r, x];
  od:
  h:=h+1;
  pns:=[seq(pts.j, j=dalpasso..N)];
  plt.h:=plot(pns, style=point, colour=blue);
od:
display([seq(plt.m, m=1..suddiv)],
        symbol=point,
        view=[rinit..rfin, 0..1.4],
        labels=[`parametro  r`, `valori di  x  a regime`]);

rinit:=2.84:
rfin:=2.856:
suddiv:=240:
h:=0:
for r from rinit to rfin by ((rfin-rinit)/suddiv) do
  x:=0.1;
  for k from 1 to N do
    x:=(1+r*(1-x))*x;
    pts.k:=[r, x];
  od:
  h:=h+1;
  pns:=[seq(pts.j, j=dalpasso..N)];
  plt.h:=plot(pns, style=point, colour=blue);
od:
display([seq(plt.m, m=1..suddiv)],
        symbol=point,
        view=[rinit..rfin, 0.6..0.75]);
```

Si noti l'uso di *liste*, che preservano l'ordine in cui i loro elementi sono specificati.
Le conclusioni alla pagina successiva!

I cosiddetti *punti di biforcazione* suddividono l'asse (orizzontale) del parametro $r$ in regioni caratterizzate da un differente comportamento a regime. Come si può intuire, l'analisi del sistema non è affatto semplice, specialmente in prossimità di tali punti. D'altra parte, in questa sede, non possiamo fare esplicito ricorso alla teoria e agli strumenti matematici che permettono di indagare più a fondo sul comportamento sia di questo sistema (studiato con l'ausilio del computer da Robert M. May, autore del famoso saggio *Simple mathematical models with very complicated dynamics*, pubblicato sulla rivista *Nature* nel 1976) sia degli altri di cui parleremo più avanti.
A conclusione di questa prima tappa del nostro percorso, giudico utile e istruttivo riportare le considerazioni espresse dal collega Giorgio Meini in un suo articolo, pubblicato sulla rivista *Computer Programming* nel 1995.
Lo studio di un sistema, naturale o artificiale, porta di solito alla formulazione di un modello matematico, che descrive il variare di alcune grandezze caratteristiche del sistema stesso col trascorrere del tempo, a partire da uno stato iniziale noto. Per poter utilizzare, a fini pratici, un modello matematico per la previsione o il controllo dell'evoluzione nel tempo di un sistema reale, è necessario "misurare" i valori delle grandezze che caratterizzano lo stato iniziale, ma l'operazione di misura del valore di una grandezza fisica può essere effettuata soltanto con una precisione limitata.
Un modello non lineare è tipicamente dipendente dalle condizioni iniziali, nel senso che l'ineliminabile errore di misura − che i valori di queste presentano − impedisce di valutare l'evoluzione futura del sistema: a piccolissime variazioni di questi valori − conseguenze essenzialmente casuali del procedimento di misura − corrispondono infatti comportamenti del sistema del tutto diversi. Questa caratteristica è propria del modello − e, spesso, del sistema oggetto di studio − e non è dovuta al limite intrinseco delle tecniche (ad esempio di approssimazione numerica) o delle risorse di calcolo impiegate per "trattare" il modello stesso.
D'altro canto − aggiungo io − l'analisi dettagliata di sistemi complessi, resa possibile anche e soprattutto grazie alla simulazione della loro dinamica mediante calcolatore, rientra in un settore della matematica che può legittimamente ritenersi figlio dell'era dei computer. Basti pensare a certi affascinanti frattali, come la frontiera dell'ormai famosissimo insieme di Mandelbrot, che soltanto un elaboratore elettronico dotato di precisione e capacità grafica elevate ci consente di esaminare e ammirare.
In quest'ottica, le risorse informatiche costituiscono un indispensabile strumento (dotato di proprie caratteristiche peculiari) per l'esplorazione di modelli della realtà fenomenica, sia naturale sia artificiale. Il ricorso a software con funzionalità molto generali − com'è di prassi nei nostri corsi scolastici − permette di acquisire conoscenze relative a tale strumento e, al tempo stesso, al suo uso come mezzo di indagine: ecco che allora si può realizzare un'integrazione − spesso trascurata! − tra matematica, fisica e informatica, evitando − salvo pochi essenziali aspetti − di trasformare il computer da "strumento" a "oggetto" di conoscenza.